Kommunikationsbarrieren beim Mathematiklernen – Analysen aus kulturalistischer Sicht

Susanne Prediger

Erscheint in: Prediger, Susanne / Lengnink, Katja / Siebel, Franziska (Hrsg.):
Mathematik und Kommunikation, Verlag Allgemeine Wissenschaft, Mühltal 2002.

Zusammenfassung: Ausgangsthese des Beitrags ist, dass jede Kommunikation über Mathematik mit Lernenden interkulturelle Kommunikation ist, bei der die Lehrkraft als Vertreterin der Kultur Mathematik fungiert. Auftretende Kommunikationsbarrieren sind oft kulturell bedingt, wie an Beispielen erläutert wird. Als Vorschlag zum Umgang mit Kommunikationsbarrieren wird das Konzept des virtuellen interkulturellen Diskurses zur Klärung von kulturbedingten Konflikten vorgestellt.

0. Einleitung

Studierende *(beim Anblick des ersten Funktionenraumes)*: Wieso ist jetzt eine Funktion ein Vektor? Was ist denn in der Linearen Algebra an der Hochschule ein Vektor?

Lehrkraft: Das Element eines Vektorraumes.

Studierende: Ja, aber was ist ein Vektorraum??

Lehrkraft: Na ja, eben zwei Mengen mit zwei Verknüpfungen, die den Gesetzen der Assoziativität, Distributivität, Kommutativität usw. genügen.

Studierende: Die Rechenregeln wollte ich nicht wissen, ich wollte wissen, was die Elemente dieses Vektorraumes sind!!

Lehrkraft: Aber es ist eben nicht mehr als das: Zwei Mengen mit Operationen, die bestimmten Gesetzen genügen.

Studierende: Aber wieso ist eine Funktion ein Vektor?

Ein solcher Dialog ist wahrscheinlich vielen vertraut, die schon einmal Studierende der ersten Semester in Linearer Algebra unterrichtet haben. Es ist ein Ausschnitt einer typischen Kommunikation, die in gewisser Weise gestört ist, weil die Beteiligten nicht auf der gleichen Ebene reden, sondern unterschiedliche Bezugssysteme haben. Solcherart Störungen in der Kommunikation sollen Thema dieses Beitrages ein. Denn wie Lisa Hefendehl-Hebeker in dem Artikel „Verständigung über Mathematik im Unterricht" (2001) herausgestellt hat, gibt es in Kommunikationssituationen immer wieder auftauchende, typische Hemmnisse, die das Verständnis von und die Kommunikation über und in Mathematik erschweren können. Sie hat gefordert, dass bei den Lehrkräften eine größere Sensibilität im Umgang mit solcherart Kommunikationsbarrieren entwickelt werden solle. Voraussetzung dazu sei allerdings zunächst, sie sorgfältig und *unter verschiedenen Perspektiven* zu analysieren.

Das Thema Kommunikationsbarrieren und Lernhindernisse soll daher unter einer Perspektive betrachtet werden, die zwar mit den von Hefendehl-Hebeker genannten (der interaktionistischen, der konstruktivistischen und der epistemologischen) verwandt ist, aber doch andere Schwerpunkte setzt, nämlich aus der interkulturellen Perspektive (zum Vergleich der Perspektiven s. Prediger 2001b).

Ausgangsthese ist dabei, dass jede Kommunikation über Mathematik mit Lernenden interkulturelle Kommunikation ist, bei der die Lehrkraft als Vertreterin der Kultur Mathematik fungiert, während die Lernenden ihre Alltagskultur mit einbringen. Auftretende Kommunikationsbarrieren sind oft kulturell bedingt. Bei dieser Sichtweise wird trotz der asymmetrischen Situation (die Lehrkraft ist Expertin, während von Lernenden gefordert wird, mit der Kultur der Mathematik zurechtzukommen) aus analytischen und pädagogischen Gründen die defizitorientierte Sichtweise auf die Lernende ersetzt durch eine Anerkennung der Andersartigkeit ohne Wertung: Die Studentin denkt nicht alles falsch, sondern zunächst einmal nur anders, und darüber soll kommuniziert werden. Natürlich ist das angestrebte Ziel der Kommunikationssituation, dass die Studentin sich der mathematischen Denkweisen zu bedienen lernt, aber dies ist erst in zweiter Linie von Relevanz, denn es geht zunächst um mehr Bewusstheit für existierende Prozesse.

1. Kommunikation und ihre Barrieren

Die Forschungen und theoretischen Positionen zur Kommunikation sind zwar äußerst verzweigt und zum Teil auch widersprüchlich, doch herrscht zumindest Einigkeit, dass sich Kommunikation nicht so direkt vollzieht, wie man früher angenommen hat, nämlich als unmittelbare Übermittlung von Botschaften. Heutige Kommunikationsmodelle gehen dagegen von einer aktiv konstruierenden Rolle aller beteiligten Personen aus. Die Zuhörenden müssen stets die Bedeutung der übermittelten verbalen und nonverbalen Botschaften für sich konstruieren, und zwar vor ihrem lebensweltlichen und kulturellen Hintergrund (Schulz von Thun 1981, theoretisch grundlegender bei Habermas 1981). Nur, wenn die Hintergründe der beteiligten Personen hinreichend viele Gemeinsamkeiten haben, kann eine erfolgreiche Kommunikation statt finden, indem man zu gemeinsamen Deutungen der Kommunikationssituation kommt. In diesen Modellen lassen sich Kommunikationsbarrieren als Schwierigkeiten erklären, die in einer Kommunikation dadurch entstehen, dass die Hintergründe der Beteiligten nicht genügend übereinstimmen, um den notwendigen situativen Konsens herzustellen.

In der mathematikdidaktischen Interaktionsforschung sind einige Kommunikationsbarrieren beim Kommunizieren über Mathematik intensiv untersucht worden, und gewisse Effekte sind mit Hilfe der Begriffe Subjektive Erfahrungsbereiche und Rahmung bereits erklärt worden (etwa Bauersfeld 1983, Maier/Voigt 1991). Die dabei zugrunde liegenden Erklärungsansätze setzen an den Lernbiographien der einzelnen an oder an den in der Interaktion hergestellten Rahmungen. Diese Erklärungsansätze sollen nicht in Frage gestellt, aber in dieser Arbeit um eine kulturalistische Sicht erweitert werden, indem Kommunikationsprozesse beim Mathematiklernen als interkulturelle Kommunikation betrachtet werden.

Ausgangspunkt dieser Perspektive ist die These, dass einige zentrale Kommunikationsbarrieren nicht nur individuelle Probleme sind oder durch die Interaktion entstehen, sondern in der Fachkultur der Mathematik wurzeln, die den Lernenden als eigenständige Kultur gegenüber steht.

Bei der Ausarbeitung dieser Perspektive kann man zurückgreifen auf den Forschungsbereich zur interkulturellen Kommunikation, wie er in den Sprach- und Kulturwissenschaften etabliert ist. Hier gibt es Kommunikationsmodelle zur Erklärung von Fehlkommunikation, nach denen fehlgeschlagene Verständigungsversuche sich auf divergentes oder sogar widersprüchliches Hintergrundwissen seitens der Interaktanten zurückführen lassen (Ehlich 1994, Breitenbach 1979). Der wichtigen Tatsache, dass die Ursache für Kommunikationsbarrieren in interkultureller Kommunikation natürlich nicht immer in kulturellen Divergenzen zu finden sind, wird in den letzten Jahren zunehmend dadurch Rechnung getragen, dass man auch andere Faktoren wie situative Ursachen oder die Problematik der kulturell unterschiedlichen Umsetzung impliziten Wissens in der Sprache genauer analysiert (Tzanne 2000). Davon bleibt jedoch der Grundansatz unberührt: Gerade in Kommunikationssituationen zwischen Angehörigen unterschiedlicher Kulturen fällt es auf Grund der nicht geteilten kulturellen Hintergründe schwerer, zu gemeinsamen Deutungen zu kommen und sich auf gemeinsames implizites Hintergrundwissen zu beziehen.

Deshalb lohnt es sich, zur Ergänzung der etablierten Perspektiven zu Kommunikation beim Mathematiklernen auf den kulturellen Hintergrund von Kommunikationsbarrieren zu fokussieren. Gestützt wird diese kulturelle Perspektive durch Alan Bishop. Er hat sich nicht nur lange Zeit mit der Frage beschäftigt, inwiefern Kinder anderer Kulturen mit der „westlichen Mathematik" Schwierigkeiten haben (Bishop 1988), sondern in den letzten Jahren seine Perspektive ausgeweitet durch die Beobachtung, dass kulturelle Konflikte auch für Kinder der westlichen Kultur immer wieder virulent sind:

„For focusing on research ideas, however, I believe it is important to make a more radical assumption, namely that all formal mathematics education is a process of cultural interaction, and that every child experiences some degree of cultural conflict in that process. This I believe is a plausible assumption to make, on the bases that schools are different social institutions from others such as homes, that they have been established to do what homes and other institutions cannot do, and, furthermore, that a great deal of research has already documented such conflict." (Bishop 1994, S. 16)

Was Bishop hier im Wesentlichen durch die Unterschiede zwischen schulischen und außerschulischen sozialen Institutionen erklärt, soll in diesem Beitrag auf die Ebene der Inhalte ausgeweitet werden.

Inwiefern aber sind überhaupt unterschiedliche Kulturen im Spiel, wenn es um die Auseinandersetzung von Lernenden mit Mathematik geht? Um dies aufzuklären, soll im nächsten Abschnitt das Konzept der Wissenschaftskultur vorgestellt werden. Anschließend sollen Beispiele von Kommunikationsbarrieren beschrieben werden, die auftauchen, wenn Studierende der ersten Semester sich mit der Wissenschaftskultur der Mathematik auseinandersetzen. Der vierte Abschnitt zeigt Ansätze für einen konstruktiven Umgang mit kulturellen Konflikten auf. Übertragungsmöglichkeiten auf schulisches Mathematiklernen und die Fachkulturen der Schulmathematik sollen im fünften Abschnitt angedeutet werden.

2. Mathematik als Wissenschaftskultur

Ein wichtiger Ausgangspunkt für eine kulturalistische Sicht auf Mathematik ist das Konzept der Wissenschaften als Kulturen, wie es in dem von Roland Fischer geleiteten Projekt „Science as Culture" benutzt wird (Fischer u.a. 1998, Arnold 2001). Ziel des Projektes ist es, mehrere wissenschaftliche Disziplinen (Physik, Biologie, Literaturwissenschaft, Geschichte) unter kulturwissenschaftlichen Perspektiven zu vergleichen. Dabei wird davon ausgegangen, dass die gemeinsame Kultur einer wissenschaftlichen Disziplin „aus all den Elementen [besteht], die auch für jede andere Kultur charakteristisch sind" (Fischer u.a. 1998, S. 5). Im Zwischenbericht des Projektes werden folgende Bestandteile einer Wissenschaftskultur genannt:

„Die Tradition und Bräuche der Disziplin, die wissenschaftlichen Praktiken sowie die überlieferten Erkenntnisse und Überzeugungen, die moralischen Normen und Regeln des Verhaltens, ebenso die Kenntnis des richtigen Umgangs mit den disziplinenspezifischen sprachlichen und symbolischen Formen, sowohl des Wissens wie auch der Kommunikation machen das aus, was man zusammenfassend als ‚Wissenschaftskultur' bezeichnet. Der Begriff umfasst all das, was man sich als Studierender aneignen muss, um anerkanntes Mitglied der disziplinären Community zu werden." (Arnold 2001, S. 2)

Das von Fischer und seinen Mitarbeitern zugrundegelegte Konzept von Kultur ist kohärent mit dem heute üblichen (etwas weiteren) Kulturverständnis der Kulturanthropologie (dargestellt in Nieke 1995, S. 47f) und dem mathematikphilosophischen Konzept der „mathematischen Praxis" von Phillip Kitcher (1984), durch das die Dimension der überlieferten Erkenntnisse und Überzeugungen genauer aufgeschlüsselt wird. Aus einem Vergleich und einer Synthese dieser drei Perspektiven entstand die folgende Zusammenstellung wesentlicher Bestandteile einer Wissenschaftskultur:

Zentrale Bestandteile einer Wissenschaftskultur

1. Überlieferte Erkenntnisse und Überzeugungen, inkl.
   - akzeptierte Aussagen
   - akzeptierte Schluss- und Argumentationsweisen
   - geteilte Bedeutungen und Bezüge
2. Sprache mit ihren Begriffen und Bedeutungen inkl. Kenntnis des richtigen Umgangs mit den disziplinenspezifischen sprachlichen und symbolischen Formen des Wissens und der Kommunikation
3. Arbeitsformen der Wissenschaft mit ihren Techniken und Werkzeugen (Verfahren, Begriffen)
4. Normen, Werte und Überzeugungen, inkl.
   - als relevant betrachtete Fragen
   - Vorstellungen über Zielsetzungen und Geltungsansprüche
   - Urteile über Wichtigkeit und Schönheit wissenschaftlicher Resultate und Theorien
   - Standards für Begründungen, Definitionen und Begriffsbildungen
5. Verhaltensmuster, emotionale Ausdrucksweisen
6. Soziale Organisationen, Rollen und Spielregeln
7. Mechanismen der Initiation und Abgrenzung von Nichtdazugehörenden

Unter dem *ersten Punkt* stehen die Bestandteile, die man auch im Alltagsverständnis aufzählen würde, um zu sagen, was eine Wissenschaft ausmacht. Es sind die Teile, die meistens in *expliziter* Form dokumentiert sind und als solche systematisch an die nachfolgenden Wissenschaftlergenerationen weiter gegeben werden. Kommunikationsstörungen, die aufgrund dieser expliziten Bestandteile der Wissenschaftskultur zustande kommen, würde man aber nicht als kulturell bedingte Kommunikationsstörungen bezeichnen, sondern schlicht als durch Unwissen bedingte.

Deswegen stehen unter dem *zweiten bis vierten Punkt implizite Teile* des Wissens, die zu einer Wissenschaft gehören, aber selten expliziert werden. Die Bedeutung impliziten Wissens hat als einer der ersten Michael Polanyi hervorgehoben. Er brachte dies auf die einfache Formel, „daß wir mehr wissen, als wir zu sagen wissen“ (Polanyi 1966, S. 14).

Wie wichtig implizites Wissen für die Entwicklung der Mathematik ist, versucht Breger in seinen Arbeiten mit verschiedenen Argumenten zu begründen (1990, 1992). So nennt er das „Argument der undefinierten Wörter”, von denen in der Mathematik einige eine wichtige Rolle spielen, etwa „wichtig, schön, tiefliegend, kanonisch, natürlich, naheliegend, einfach,“ usw.:

> „Das sich im Gebrauch dieser Worte andeutende Know-how entscheidet darüber, ob eine Theorie in dieser oder jener Weise aufgebaut wird, ob sich diese oder jene Definition durchsetzt, ob etwas ein Theorem oder ein Lemma ist, ob die mathematische Forschung auf einem Gebiet weiterentwickelt oder die Forschungsrichtung als uninteressant fallen gelassen wird.” (Breger 1990, S. 47)

Dass es ohne dieses Wissen nicht geht, illustriert er schön in seinem „Computer-argument“:

> „Man kann einem Computer ein Axiomensystem der Logik sowie ein Axiomensystem der Topologie sowie die Definitionen von Stetigkeit, Kompaktheit usw. eingeben, aber dies genügt keineswegs, um den Computer ein Lehrbuch der Topologie ausdrucken zu lassen. Der Computer könnte nicht einmal die Entscheidung darüber treffen, was ein Satz im Unterschied zu einer richtigen Zeile im Verlauf eines Beweises ist, geschweige denn, daß er zwischen Lemma und Theorem oder zwischen interessanten und uninteressanten Ergebnissen unterscheiden könnte.“ (Breger 1990, S. 46)

Für Breger zeigt dies, dass der Lehrbuch schreibende Mathematiker über ein Wissen verfüge, das nicht im Axiomensystem formalisiert ist und „zumindest bis jetzt überhaupt nicht in Regeln explizierbar ist." (Breger 1990, S. 46) An anderer Stelle geht Breger sogar so weit, mit Hilfe des impliziten Wissen über Werturteile den Spezialisten überhaupt zu definieren:

„One can define a specialist in one branch of mathematics by the fact that he is able to correctly apply words like 'elegant', 'simple', 'natural', 'profound' in this branch of mathematics, although there are no applicable rules for the use of such words." (Breger 1992, S. 81)

Auch Fischer betont, dass mit seinem Konzept der Wissenschaftskultur vieles von dem erfasst wird, was seit Polanyi unter dem Stichwort implizites Wissen diskutiert wird (Fischer u.a. 1998, S. 6).

Über diese mehr oder weniger unmittelbar auf das vorhandene Wissen bezogenen Bestandteile hinaus ist auch die *soziale Ebene* der Wissenschaftskultur wichtig, die in dem *fünften bis siebten Punkt* angesprochen ist. Zwar kommt sie bei Fischer nicht vor, doch haben Wissenssoziologen und Wissenschaftshistoriker in den letzten Jahrzehnten klar heraus gearbeitet, wie stark auch diese Aspekte die Hervorbringung neuen Wissens beeinflussen. Auffallend ist ebenso, wie stark sich die einzelnen Disziplinen hinsichtlich dieser Aspekte unterscheiden und wie sehr sie selbst historischen Veränderungen unterworfen sind (für Mathematik z.B. Heintz 2000).

An dieser Stelle sei ein häufig gehörter Einwand vorweggenommen, dass die Disziplinen selbst doch wieder in Teildisziplinen zerfallen, die häufig sogar mehr Gemeinsamkeiten mit Subdisziplinen aus anderen Disziplinen haben als mit denjenigen aus der eigenen. Fischer u.a. betonen in der Auseinandersetzung mit diesem Einwand, dass es in allen Disziplinen einem gemeinsame Identität der Gesamtdisziplin gebe, die insbesondere durch die akademische „Initiation" gewährleistet sei (Fischer u.a. 1998, S. 7). Für die Mathematik hat Heintz herausgestellt, dass Mathematik, obwohl es in viele Spezialdisziplinen zerfällt, eine nach außen klar abgegrenzte Disziplin ist, und sich die Mathematiker in erster Linie als Mathematiker verstehen, nicht als Theoretiker eines Spezialgebietes:

„Mathematiker definieren sich als Angehörige einer gegen aussen [sic] abgegrenzten Disziplin, die sich durch die Besonderheit des Beweises, ähnliche Arbeitsformen und eine gemeinsame Kultur auszeichnet. Wenn Mathematiker von ‚wir' sprechen, dann meinen sie nicht die Kollegen in ihrem Spezialgebiet, sondern die Mathematik als ganze." (Heintz 2000, S. 188)

3. Beispiele für Bestandteile der Wissenschaftskultur und mit ihnen verbundene Kommunikationsbarrieren

Ausgehend von dem Einführungsbeispiel zur Natur des Vektors sollen zwei zentrale Aspekte der Wissenschaftskultur beleuchtet werden, die die Kommunikation mit Mathematiker/innen immer wieder erschweren: die als relevant betrachteten Fragen und die geteilten Bedeutungsbezüge.

3.1 Relevante Fragen

Dass die Fähigkeit, zwischen relevanten und irrelevanten Fragen unterscheiden zu können, einen entscheidenden Bestandteil des impliziten Wissens einer Disziplin ausmacht, hat Breger in obigen Zitaten überzeugend formuliert. Es kann nicht genug betont werden, dass darüber hinaus in der Entscheidung über die Auswahl der relevanten Fragen ein zentraler kontingenter Einflussfaktor für die Weiterentwicklung der Wissenschaft liegt (ausgeführt in Prediger 2001a). Dies hat auch Arnold hervorgehoben:

„Es gibt unendlich viele ‚wahre' Sätze, die man prinzipiell sagen könnte - aber dennoch zu sagen unterlässt. Es lässt sich immer fragen, warum gerade diese Aussage zu dieser Zeit an diesem Ort getätigt wird. Und auf das gesellschaftliche Großprojekt ‚Wissenschaft' bezogen, lässt sich immer auch die Frage stellen: Warum ist gerade diese Frage jemandem so wichtig, dass er bereit ist, einen Teil seiner Lebenszeit in dessen Erforschung zu investieren? Und warum sind andere bereit, Geld bereitzustellen, um ihn dabei zu finanzieren? - Prinzipiell gibt es zu viele wahre Aussagen und Sätze, als dass deren ‚Wahrheit' allein genügen könnte, um Anlass zu sein, publiziert zu werden. Geschweige denn, dass Wahrheit allein ausreichen würde, um andere dazu zu bewegen, das Publizierte auch zu lesen, zu rezensieren und in späteren Veröffentlichungen zu kommentieren." (Arnold 2001, S. 4)

Kommunikationsbarrieren können durch diesen Bestandteil der Kultur zum einen dort entstehen, wo Nicht-Mathematiker die Relevanz einer für Mathematiker wichtigen Frage nicht sehen können, denn dann ist es schwer nachzuvollziehen, was Mathematiker eigentlich treiben (genannt sei hier nur das Stichwort Beweisbedürfnis, vgl. Winter 1983).

Zum anderen entstehen Kommunikationsbarrieren dort, wo Lernende Fragen formulieren, die in dieser Weise für Mathematiker gar nicht relevant sind. Ein Beispiel dafür ist die obige Frage „Was ist denn nun ein Vektor?". Diese Frage ist für die Studentin eine sehr wichtige und berechtigte Frage, denn sie ist gewohnt, in Mathematik zwar mit Gegenständen einer gewissen Abstraktionsstufe zu hantieren, z.B. Zahlen, aber die haben immer noch Gegenstandscharakter. Die Lehrkraft dagegen hat das für die Mathematik typische Konzept der impliziten Definitionen im Kopf, nach dem nicht mehr definiert wird, was die Gegenstände sind, sondern rein immanent , wie sie miteinander in Beziehung stehen. Auf Grund dieses auf Hilbert zurückgehenden Konzeptes der impliziten Definitionen (dessen Hintergründe bei Heintz 1993, S. 26-60 beschrieben sind), antwortet die Lehrkraft der Studentin gar nicht auf ihre Frage, sondern auf die Frage nach den Beziehungen zwischen den Dingen. Dies wiederum stellt die Fragende nicht zufrieden: „Das wollte ich gar nicht wissen."

Im Grunde hätte die Lehrkraft ihr sagen müssen: „Du stellst eine Frage, die heutige Mathematiker/innen so nicht stellen würden!" und ihr die Gründe erklären müssen. Sie würden dagegen vielleicht fragen, „Wieso definiert man den Vektorraum gerade so?" Dann hätte man sich *darüber* unterhalten können, so aber bleibt die Schieflage in der Fragestellung eine Barriere, die sich in dem Gespräch nicht recht überwinden lässt.

Im Laufe ihrer Sozialisation in der Wissenschaftskultur der Mathematik lernen die allermeisten Studierenden, welche Fragen man am besten nicht stellen sollte. Allerdings lernen nicht alle, was die richtigen Fragen sind. Übrig bleibt oft nur ein Rumpf an gemeinsamen Fragen, die sowohl den Lernenden als auch dem Wissenschaftler wichtig sind, z.B. von der Art „Wie komme ich in diesem Beweis von Zeile 7 nach Zeile 8?". Diese Fragen werden zwar innerhalb der Mathematik nicht als vollkommen zentral angesehen, dennoch als wichtig, und deswegen werden sie ausführlich beantwortet. Dass aber die Frage „Was ist insgesamt denn die Idee des Beweises? Wo ist der gedankliche rote Faden?" noch viel wichtiger gewesen wäre, lernt nur ein Teil der Studierenden. Und nur wer dies wirklich lernt, wird potentiell selbst zum Experten.

Insgesamt sind die Kommunikationsbarrieren, die beim Mathematiklernen durch eine divergente Einschätzung der relevanten Fragen bedingt sind, deswegen besonders hoch, weil die Wissenschaftskultur der Mathematik die Fragen in noch geringerem Maße thematisiert als andere Disziplinen. Selten wird darüber gesprochen, was gerade die relevanten Forschungsfragen sind – sieht man mal von Ausnahmen wie den berühmten Hilbert'schen Problemen ab, die als Forschungsprogramm expliziert wurden. Noch seltener wird in der üblichen Darstellungsweise fertiger mathematischer Theorien sichtbar, welches die treibenden Fragen waren, die zur Entwicklung dieses Stücks mathematischer Theorie geführt haben. Das übliche Definition-Satz-Beweis-Schema mathematischer Vorlesungen und wissenschaftlicher Publikationen präsentiert nur Antworten, ohne die Fragen selbst zu benennen.

3.2 Geteilte Bedeutungen und Bezüge: Das Beispiel Mengensemantik

Hinter dem speziellen Problem des Ausgangsbeispiels, warum gerade die Frage nach der Natur des Vektors nicht relevant ist, steht ein weiterer wichtiger Bestandteil der mathematischen Wissenschaftskultur, der dem Bereich „geteilte Bedeutungen” zuzuordnen ist.

Darin werden divergierende Bedeutungsbezüge offenbar, die zusammen hängen mit dem Übergang von einer Semantik der Zahlen und Figuren, wie sie in der Schulmathematik üblich ist, auf eine Mengensemantik. Was mit dem Stichwort Mengensemantik gemeint ist, hat Ulrich Felgner in einem Vortrag zur Rolle der Mengenlehre in der Modernen Mathematik heraus gearbeitet:

> „Jede mathematische Disziplin kann [heute] auf der Basis der Mengenlehre aufgebaut werden. Das heißt, daß alle auftretenden Objekte als Mengen bestimmter Bauart eingeführt werden können und daß alles mathematische Schließen innerhalb des mengentheoretischen Rahmens (etwa der ZSF-Mengenlehre oder einer Erweiterung von ZSF) durchgeführt werden kann. Die Mengenlehre bestimmt also die *Ontologie der Mathematik*, d.h. das, was ‚ist', und die *Epistemologie*, d.h. das, was beweisbar ist.” (Felgner 2001, S. 1)

Eine „Existenzberechtigung” innerhalb der Modernen Mathematik haben Objekte demnach erst dann, wenn ihre Existenz durch eine mengentheoretische Konstruktion abgesichert ist.

So wird etwa in der Analysisvorlesung unter der Überschrift „Einführung und Grundlegung der reellen Zahlen” definiert, was ein ordnungsvollständiger, angeordneter Körper ist und nachgewiesen , dass es bis auf Isomorphie nur einen gibt, den man schließlich den Körper der reellen Zahlen nennt. Damit sind für den Mathematiker die reellen Zahlen in ihrer Ontologie geklärt. Die Lernenden stört es an dieser Stelle nicht weiter, weil sie einfach ihre Vorstellung nicht aufgeben von den reellen Zahlen als vertraute Objekte der Schulmathematik, die keiner weiteren Konstruktion bedürfen,

Hier herrschen also interkulturelle Differenzen, die deswegen zunächst nicht zu Kommunikationsbarrieren werden, weil sie als solche gar nicht wahrgenommen werden, solange konkurrierende Deutungen nebeneinander laufen können. Dies ist für die interpretative Unterrichtsforschung ein bekanntes Phänomen, allerdings auch eine typische Stelle, wo es nicht nur um inter*subjektive* Deutungsdifferenzen geht, sondern um inter*kulturelle*, denn da prallen Bedeutungsbezüge der Schulmathematik mit denen der Hochschulmathematik aufeinander.

Deutlicher zu Tage tritt das Störungspotential der divergierenden Bedeutungsbezüge nach meiner Erfahrung in der Linearen Algebra. Auch hier wird axiomatisch ein Vektorraum eingeführt, und die Studierenden ignorieren die mengentheoretische Grundlegung geflissentlich und denken an den $\mathbb{R}^2$ oder $\mathbb{R}^3$. In dem Moment aber, wo ihnen z.B. ein Funktionenraum begegnet, ist die Irritation groß. „Was ist denn nun ein Vektor?”, so lautet dann die Frage. Die standardmäßige und korrekte Antwort „Das Element eines Vektorraumes.” ist für die Studierenden keinerlei Hilfe, da sie das Konzept der impliziten Definition nicht verstehen, geschweige denn als wirkliches Objekt akzeptieren können, was nicht als Objekte in ihrem Sinne eingeführt wurde, sondern nur als Element einer immanent beschriebenen Struktur (s.o.).

Das, was für die Mathematiker „Semantik“ genug ist, nämlich die Einbindung in ein Mengenkonstrukt, ist für die Lernenden kein Bezugssystem, auf das sie sich einlassen können. Sie können ohne eigentätige Erfahrung mit abstrahierenden Axiomatiken nicht begreifen, wozu es wertvoll ist, eine ontologische Bindung an konkrete Objekte aufzugeben zu Gunsten der Übertragbarkeit von Strukturen, so dass *dann* die mengentheoretische Konstruktion die einzige Gewähr für eine solide Grundlage ist. Sie können also den Sinn nicht erkennen, sich mit der Ersatzsemantik der mengentheoretischen Konstruktion zu begnügen. Dies ließe sich auch nur durch eine Auseinandersetzung über die dahinter liegende Zielsetzungen klären. Wir werden auf diese Aspekte zurückkommen.

3.3 Anonymisierung als Spielregel zur Darstellung

Um noch eine andere Ebene anzuschneiden, sei als weiteres Beispiel eines aus dem Feld der Spielregeln wenigstens genannt, das massiven Einfluss auf das Lernen von Mathematik hat: Die Tendenz der Mathematiker, sofort jeglichen menschlichen Ursprung ihrer Theorie durch anonymisierte Sprache und Darstellung vollkommen zu verdecken, z.B. in wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Aus einer Spielregel zur Darstellung mathematischer Resultate entsteht so ein Mathematikbild, das durch das Abschneiden der menschlichen Wurzeln geprägt ist.

Dies ist zwar mit dem rationalistischen Wissenschaftsideal der Neuzeit durchaus zu begründen, stellt aber dennoch für viele Lernende eine große Hürde dar, die einige daran hindert, überhaupt einen Zugang zu der „entmenschlichten Disziplin" zu finden (vgl. Bauer 1995, Prediger 2001a).

3.4. Zwischenfazit

Was kann man aus diesen Beispielen lernen? Wenn die Ausgangsthese richtig ist, dass einige wesentliche Verständigungshürden beim Mathematiklernen auf Charakteristika der Fachkultur zurückzuführen sind, die den Lernenden sehr fremd sind, dann lohnt es sich, die Sichtweise der interkulturellen Kommunikation einzunehmen. Der kulturalistische Blick auf Verständigungshürden beim Mathematiklernen hilft nämlich, viele der auftauchenden Verständigungsschwierigkeiten nicht als etwas anzusehen, was durch Inkompetenz der Individuen bedingt ist, sondern als normale Bestandteile einer interkulturellen Kommunikation. Treffen die durch die Fachkultur der Schulmathematik geprägten Lernenden auf die Wissenschaftskultur der Mathematik, so liegt es in der Natur dieser Begegnung, dass es Deutungsdifferenzen geben muss, weil Sprache, kulturelle Deutungsmuster und dahinter liegende Wert- und Zielvorstellungen von Lernenden und der entsprechenden Vertreterin der Fachkultur (im allgemeinen die Lehrkraft) nicht übereinstimmen.

Eine dahingehende Bewusstheit bei allen Lehrkräften wäre wünschenswert, weil in dieser Perspektive Kommunikationsbarrieren nicht Störfaktoren einer im Idealfall reibungslos verlaufenden Vermittlung sind, sondern ein integraler Bestandteil des Prozesses, mit dem man einen vernünftigen Umgang finden muss.

Für einen solchen vernünftigen Umgang mit Störungen können wir direkt von den Spezialisten der interkulturellen Kommunikation lernen, den interkulturellen Pädagogen, wie im folgenden Abschnitt ausgeführt werden soll.

4. Zum Umgang mit Kommunikationsbarrieren: Der Konfliktansatz

Angesichts der notwendigen thematischen Konzentration wird hier unter der Überschrift „Umgang mit Kommunikationsbarrieren" nur ein Aspekt herausgegriffen, der an anderer Stelle bereits diskutiert wurde (Prediger 2001c), hier aber konkreter ausgeführt werden kann: der *Konfliktansatz*. Gemeint ist damit die in der Literatur der interkulturellen Pädagogik beschriebene Haltung, aus interkulturellen Konflikten das konstruktive Lernpotential herauszuholen, statt sie zu glätten:

> „Ausgangspunkt einer interkulturellen Lernsituation ist die Irritation. Die Dynamik einer internationalen Begegnung entspringt aus der kulturellen Ungleichheit, die bewirkt, daß es zu einem Bruch mit der Normalität, mit dem Gewohnten kommt. [...] Gelingt es, einen Konflikt zuzulassen und seine interkulturellen Hintergründe deutlich werden zu lassen, dann kann interkulturelles Lernen beginnen." (Haumersen/Liebe 1990, S. 25f, ähnlich auch Nieke 1995)

In Bezug auf unsere Kommunikationsbarrieren heißt das: Da Kommunikationsbarrieren meist auf divergierenden Deutungsmustern beruhen, stellt jede auftauchende Barriere nicht nur eine Störung dar, sondern auch eine Lernchance, denn an der Störung können die verschiedenen Hintergründe, die Selbstverständlichkeiten und divergierenden Zielsetzungen thematisiert werden, die zu den Schwierigkeiten geführt haben.

Die Umsetzung dieser Einsicht erweist sich allerdings oft als nicht einfach, denn das dazu notwendige Hintergrundwissen steht nicht immer explizit zur Verfügung, sondern muss erst ins Bewusstsein geholt werden. Hilfreich dazu ist ein Verfahren, das Nieke unter dem Titel „Virtuelle interkulturelle Diskurse zur Klärung von kulturbedingten Konflikten im pädagogischen Alltag" vorgeschlagen hat (Nieke 1995, S. 242-252). Er postuliert für seine virtuellen Diskurse folgende Regeln und Schritte, die hier in gekürzter Form zitiert werden:

1. Den Konflikt von allen Seiten her beschreiben. Die Deutungen aller Beteiligten ermitteln und nach allen erforderlichen Stützungen fragen.
2. Die konträren Positionen aus dem Hintergrund der Deutungen begründen, und dies immanent, zunächst noch ohne eigene Wertung. Dann die Wertentscheidung der Beteiligten deutlich werden lassen.
3. Eine Lösung des Konflikts suchen und begründen. Für den Lösungsweg ist das Prinzip der situativen Geltung von Normen zentral, das eine Beschränkung der Geltung von Handlungsgeboten auf bestimmte Situationen fordert, also den allgemein aufgestellten Universalitätsanspruch aufhebt.

(nach Nieke 1995, S. 247-250)

Übertragen auf Mathematiklernen stellt sich das Problem ähnlich dar: Auch hier haben Kommunikationsbarrieren ihre Ursache oft in divergierenden kulturell bedingten Deutungsmustern, und zur Behebung der Kommunikationsbarriere müssen diese ans Tageslicht gehoben werden. Denn wenn die Barriere als kulturell bedingt identifiziert ist, das ist die wichtige Idee dieses Ansatzes, ist sie bereits fast beiseite geräumt, der Rest gehört in den Bereich wissensgenetischer Überlegungen. Dabei heißt „als kulturell bedingt identifiziert", dass man diejenigen impliziten Bestandteile der Wissenschaftskultur ausfindig macht, auf denen die Konflikte beruhen.

Doch auch der Lehrkraft, die in diesem Sinne zwischen den Kulturen vermitteln müsste, sind oft nicht alle relevanten Deutungsmuster explizit präsent, so dass sich Niekes prozessorientiertes Verfahren auch hier anbietet. Um anzudeuten, was ein solches Diskursmodell für den Umgang mit Mathematik heißen könnte, soll hier ein fiktiver Diskurs zum Thema „Was ist denn nun ein Vektor" vorgestellt werden (der keinen Anspruch darauf erhebt, echte Diskurse zu imitieren, sondern dem Zweck der Konkretisierung in komprimierter Form dient):

Virtueller Diskurs zur Natur des Vektors:

S: Was ist denn nun ein Vektor? Du sagst das doch gar nicht.

L: Doch, aber es ist wahrscheinlich nicht die Antwort, die Du hören willst: Ein Vektor ist ein Element eines Vektorraumes, und der ist doch genau definiert

S: Aber da stehen doch nur Gesetzmäßigkeiten des Rechnens, nicht, was ein Vektorraum wirklich ist.

L: Das ist interessant. Was erwartest Du denn, was eine Definition leisten soll?

S: Für mich soll in einer Definition stehen, was ein Vektor ist.

L: Aber was heißt denn das, was er ist? Was ist denn für Dich ein Vektor?

S: Na ja, so ein Tupel von reellen Zahlen eben, oder so ein Pfeil, den ich verschieben kann, aber jedenfalls keine Funktion.

L: Bleiben wir ruhig bei den Zahlentupeln: Was ist denn aber für Dich eine reelle Zahl?

S: Das weiß man doch.

L: Ja, aber das reicht mir nun wieder nicht. Mit „Das weiß man doch", mag ich mich nicht zufrieden geben. Wir stellen offensichtlich einfach völlig unterschiedliche Fragen!
Für mich ist wichtig: Was lassen wir als Grundlage zu? Für die modernen Mathematiker müssen es mengentheoretische Konstruktionen sein, denn nur wenn Elemente solide konstruiert sind, können wir uns ihrer Existenz sicher sein.

S: Hm, also nun mal zurück zu den Vektorräumen: Hier sagst Du doch aber irgendwie gar nicht, was eigentlich die Objekte sind, über die Du redest.

L: Stimmt, das ist ja sogar die Hauptidee bei solcherart impliziten Definitionen: Wenn man nicht sagt, was die Objekte eines Vektorraumes sind, sondern nur, wie sie zueinander in Beziehung stehen, dann kann man die Definition doch auf viel mehr konkrete Strukturen, Beispielbereiche anwenden.

S: Also daher weht der Wind: Du willst das Ganze übertragbar machen!

L: Hat Dir das denn noch keiner gesagt?

S: Vielleicht schon, aber ich hatte nicht kapiert, dass man der Übertragbarkeit die inhaltliche Definition opfert, dass hier also der Zusammenhang ist.

L: Aber das ist es genau, und daran liegt es auch, dass wir uns an Mengenkonstruktionen festhalten müssen: Durch die Einbindung in die mengentheoretischen Konstruktionen haben wir eine Absicherung, auch wenn der direkte Bezug auf konkrete Dinge dieser Welt verloren geht, oder der Bezug auf Zahlen und Figuren, die Ihr ja schon in der Schule akzeptiert habt als Objekte mit Existenzstatus in der Welt der Mathematik.

S: Ist es das, was Du mit Mengensemantik meinst? Aber das ist doch Betrug: Semantik hat doch etwas mit Bedeutung zu tun, und das hat doch dann gar keine Bedeutung für sich!!

L: Nun ja, Du hast schon recht, Semantik in dem Sinne ist es sozusagen nicht mehr, wir haben nur noch reine „Ersatzsemantik", aber so ähnlich ist doch die Mathematik, die Du kennst, auch schon: Zahlen sind doch auch keine eigentlichen Objekte dieser Welt, sondern Abstraktionen, die Du aber gelernt hast als Objekte der Mathematik zu akzeptieren. Sobald Du etwas auf Zahlen zurückgespielt hast, warst Du doch bisher auch zufrieden! So ist es für uns mit den Mengen.

S: Okay, kann ich nachvollziehen. Aber insgesamt bedeutet das ja, dass der Sinn deiner Definition ein ganz anderer ist als meiner: Während ich gerne wissen wollte, was die Dinge sind, sagst Du, das will ich gerade nicht, um die Theorie auf anderes übertragbar zu machen. Und warum sagt einem das keiner so? Warum sagt Ihr einfach, es reicht doch aus, implizit zu definieren. Ihr müsst doch sagen, für welchen *Zweck* das ausreicht!!

L: Da hast Du eigentlich recht.

Eine „Lösung des Konfliktes" in Niekes Sinne gibt es hier nicht, weil es auch keinen Konflikt mir Entscheidungsnotwendigkeit gab, sondern nur eine Kommunikationsbarriere. Der wichtigste Baustein zur Auflösung des vorliegenden Kommunikationsproblems liegt aber darin, die „falschen Fragen" auszumachen und überzeugend zu begründen, wieso die Mathematiker sie so nicht stellen würden. Denn dies führt zur Ebene der Deutungen und Wertentscheidungen, für Mathematik auch der Zwecke, Ziele und Sinnverankerungen. Bei der Verständigung über unterschiedliche Bezugssysteme ist typisch, dass kein Konsens hergestellt werden muss, sondern mit der Explizierung der dahinter liegenden Zielsetzungen die Barriere bereits bewältigt ist. Somit ist das Prinzip der situativen Geltung auch hier von großer Relevanz.

Natürlich darf man diesen fiktiven und sicherlich hinsichtlich der Auffassungsgabe der Studentin idealisierten Dialog nicht in allen Details auf die Waagschale legen. Aber er verdeutlicht Niekes Idee des virtuellen Diskurses als Verfahren zur Explizierung des Impliziten.

Solche Dialoge auch in Lernsituationen zuzulassen würde den Raum geben, über diese Aspekte ins Gespräch zu kommen und generelle Vorgehensweisen der Mathematik zu thematisieren (siehe dazu auch Martin Winters Beitrag „Über Verständigung zu Verständnis" in diesem Band). Selbstverständlich können nicht in allen Lernsituationen solcherart Diskurse in dieser Tiefe und Klarheit geführt werden (mit Studierenden sicherlich noch eher als mit jüngeren Schüler/innen), zumal im Lernprozess auch andere Probleme der Wissensbildung eine wichtige Rolle spielen als die Explizierung des Impliziten. Dennoch bilden virtuelle Diskurse ein gutes Leitbild zur Verständigung über Kommunikationsbarrieren. Auch zur Vor- oder Nachbereitung von Lernprozessen durch die Lehrkraft kann sie die notwendigen analysierenden Reflektionen fokussieren.

5. Ausblick: Die Fachkulturen der Schulmathematik

Obwohl bisher nur die Kultur der Hochschulmathematik angesprochen war und die Kommunikationsbarrieren, die zwischen Vertretern der Wissenschaftskultur und Studierenden der ersten Semester entstehen, lässt sich diese Perspektive auch auf die Kulturen der Schulmathematik und die Kommunikationsbarrieren zwischen Schüler/innen und Lehrkräften übertragen. Denn auch in der Schule etabliert sich jeweils eine spezifische Fachkultur der Mathematik, die natürlich weitaus größeren Variationen unterworfen ist als die Wissenschaftskultur, daher wird der Begriff hier im Plural gesetzt. Dabei meint der Begriff Fachkulturen nicht nur die Unterrichtskultur, die spätestens seit TIMSS stark im Blickfeld der didaktischen Diskussionen ist (Henn 1999, schon vorher Andelfinger 1995), sondern auch all die oben genannten Bestandteile wie erlaubte Schluss- und Argumentationsweisen, relevante Fragen, Sprache etc. (zu letzterem vgl. Franziska Siebels Beitrag in diesem Band).

Zwar sind z.B. die relevanten Fragen der Schulmathematik nicht die gleichen wie die der Wissenschaftskultur der Mathematik, doch auch sie sind festgezurrt und erfordern von den Lernenden jeweils einen Prozess der Anpassung. So zeigen etwa interpretative Untersuchungen des Erstrechenunterrichts, wie den Lernenden antrainiert werden muss, um welche Fragen es im Mathematikunterricht geht, d.h. dass nur bestimmte, quantitative Aspekte von betrachteten Bildern eine Rolle spielen. Voigt hat diesen Prozess mit dem Begriff „thematische Prozedur" beschrieben und aufgezeigt, welche Entwicklung ein Thema unter Ausschluss anderer Möglichkeiten wiederholt nimmt und so zur Selbstverständlichkeit wird (Neth/Voigt 1991, S. 86).

Im Gegensatz zur Hochschuldidaktik, die die Fachkultur der Mathematik im Wesentlichen nicht hinterfragt, gehen große schuldidaktische Bemühungen darauf, die Fachkulturen der Schulmathematik so zu verändern, dass Kommunikationsbarrieren abgebaut werden können. Als Beispiele seien etwa die Reduktion der erdrückenden Dominanz der Fachsprache genannt (Gallin/Ruf 1990) oder der Versuch, zwischen Fachkultur und Alltagskultur konsequenter Brücken zu schlagen (Bonotto 2001, Hawkins/Pea 1987). Antworten auf das spezifische Problem der Anonymisierung geben Bestrebungen zur verstärkten Subjektorientierung (Bauer 1995, Gallin/Ruf 1990). All diese interessanten und wichtigen Ansätze sollten jedoch nicht darüber hinweg täuschen, dass es stets kulturelle Unterschiede gibt und geben wird zwischen dem, was die Lernenden mitbringen und der Schulmathematik, die sie erwerben sollen, daher trägt auch hier der oben beschriebene Konfliktansatz, der den Harmonisierungstendenzen entgegengesetzt werden muss (ausgeführt in Prediger 2001b, 2001c). Und so wäre es eine wichtige Aufgabe, die hier vorgestellte kulturalistische Perspektive auch für die Fachkulturen der Schulmathematik genauer zu aktivieren, um Kommunikationsbarrieren aufklären zu können.

6. Schlussbemerkung

„Vergessen Sie alles, was Sie bisher gehört haben", so lautet eine Aufforderung, die nach wie vor regelmäßig an Studienanfänger/innen ausgesprochen wird. Die Unsinnigkeit der Aufforderung muss hier nicht weiter begründet werden. Gleichwohl ist sie ein bemerkenswerter Ausdruck eines impliziten Bewusstseins der Lehrenden über die Kluft in den Fachkulturen von Hochschule und Schule. Denn was sollen die Studierenden eigentlich vergessen? Sicherlich nicht die explizite Mathematik mit ihren Begriffen, Sätzen und Verfahren, die Mathematik offiziell ausmacht, denn die sind durch den Wechsel der Institution nicht falsch geworden. Lehrende, die solch einen Ratschlag geben, gehen also zumindest intuitiv von der Auffassung aus, dass Mathematik sich durch ihre jeweilige Einbettung erheblich verändert, auch wenn die eigentlichen Theoreme die gleichen sind.

Es ist die Fachkultur mit ihren Herangehensweisen, Begründungsmustern und Bezugssystemen, die den entscheidenden Unterschied macht zwischen Schulmathematik und der Wissenschaft Mathematik. Ein Unterschied, von dem die Lehrenden intuitiv zu wissen scheinen, dass er Schwierigkeiten hervorrufen könnte, so dass sie raten, im Kopf einfach „Tabula rasa" zu machen, auch wenn dies natürlich nicht möglich ist. Zumindest implizit ist den Vertreter/innen der Wissenschaftskultur also die kulturelle Kluft bewusst, die jede Kommunikation mit Nicht-Mathematiker/innen zur interkulturellen Kommunikation macht.

Auf diese Kluft explizit hinzuweisen und gewisse Kommunikationsbarrieren vor diesem Hintergrund zu analysieren, ist Hauptanliegen dieses Beitrags. Wenn er das implizite Wissen um die Bedeutung der kulturellen Unterschiede ins Bewusstsein holt und damit zu einem sensibleren Umgang mit diesen Aspekten beiträgt, ist das Hauptziel erreicht.

Literatur

Andelfinger, Bernhard (1995): Sanfter Mathematikunterricht - Bildung in der EINEN WELT, in: Mathematik betrifft uns 1, Aachen.

Arnold, Markus (2001): Wissenschaftskulturen im Vergleich, in: Wissenschaftskulturen im Vergleich. Zwischenergebnisse des Projekts Science as Culture, Institut für Interdisziplinäre Forschung und Fortbildung Wien, S. 1-10.

Bauer, Ludwig (1995): Objektive mathematische Stoffstruktur und Subjektivität des Mathematiklernens, in: Steiner, Hans-Georg / Vollrath, Hans-Joachim (Hrsg.): Neue problem- und praxisbezogene Forschungsansätze, Aulis, Köln, S. 9-16.

Bauersfeld, Heinrich (1983): Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens, in: ders. u.a.: Lernen und Lehren von Mathematik, Aulis, Köln, S. 1-56.

Bishop, Alan J. (1988): Mathematics Education in its Cultural Context, in: Educational Studies in Mathematics 19, S. 179-191.

Bishop, Alan J. (1994): Cultural conflicts in mathematics education: developing a research agenda, in: For the Learning of Mathematics 14 (2), S. 15-18.

Breger, Herbert (1990): Know-how in der Mathematik. Mit einer Nutzanwendung auf die unendlichkleinen Größen, in: Spalt, Detlef: (Hrsg.): Rechnen mit dem Unendlichen, Basel, S. 43-57.

Breger, Herbert (1992): Tacit Knowledge in mathematical Theory, in: Echeverria, Javier / Ibarra, Andomi / Mormann, Thomas (Hrsg.): The Space of Mathematics. Philosophical, Epistemological, and Historical Explorations, de Gruyter, Berlin / New York, S. 79-90.

Breitenbach, Diether (1979) (Hrsg.): Kommunikationsbarrieren in der Internationalen Jugendarbeit, Fort Lauderdale, Saarbrücken.

Bonotto, Cinzia (2001): How to connect school mathematics with students' out-of-school knowledge, in: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 33 (3), S. 75-84.

Ehlich, Konrad (1994). Interkulturelle Kommunikation, in: Goebl, Hans u.a. (Hrsg.): Kontaktlinguistik. Ein internationales Handbuch zeitgenössischer Forschung, de Gruyter, Berlin / New York, S. 920-931.

Felgner, Ulrich (2001): Die Rolle der Mengenlehre bei der Entstehung der „Modernen Mathematik", Manuskript eines Vortrags an der TU Darmstadt am 9.5.2001.

Fischer, Roland u.a. (1998): Projektantrag Science as Culture, Institut für interdisziplinäre Forschung und Fortbildung, Wien.

Gallin, Peter / Ruf, Urs (1990): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz, Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung, Seelze 1998 (erstmals 1990).

Habermas, Jürgen (1981): Theorie des kommunikativen Handelns, 2 Bände. Frankfurt: Suhrkamp Verlag.

Haumersen, Petra / Liebe, Frank (1990): Eine schwierige Utopie. Der Prozeß interkulturellen Lernens in deutsch-französischen Begegnungen, Berlin.

Hawkins, Jan / Pea, Roy D. (1987): Tools for bridging the cultures of everyday and scientific thinking, in: Journal of Research in Science Teaching, 24 (4), S. 291-307.

Hefendehl-Hebeker, Lisa (2001): Verständigung über Mathematik im Unterricht, in: Lengnink, Katja / Prediger Susanne / Siebel, Franziska (Hrsg.): Mathematik und Mensch. Sichtweisen der Allgemeinen Mathematik, Darmstädter Schriften zur Allgemeinen Wissenschaft 2, Verlag Allgemeine Wissenschaft, Mühltal, S. 99-110.

Heintz, Bettina (1993): Die Herrschaft der Regel. Zur Grundlagengeschichte des Computers, Campus,

Frankfurt a.M.
Heintz, Bettina (2000): Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin, Springer, Wien / New York.
Henn, Hans-Wolfgang (1999) (Hrsg.): Mathematikunterricht im Aufbruch. Zum Projekt "Weiterentwicklung der Unterrichtskultur im Fach Mathematik" des Kultusministeriums Baden-Württemberg, Schroedel, Hannover.
Kitcher, Philip (1984): The nature of mathematical knowledge, Oxford University Press, New York.
Maier, Hermann / Voigt, Jörg (1991) (Hrsg.): Interpretative Unterrichtsforschung, IDM 17, Aulis, Köln.
Neth, Angelika / Voigt, Jörg (1991): Lebensweltliche Inszenierungen – Die Aushandllung schulmathematischer Bedeutungen an Sachaufgaben, in: Hermann Maier / Jörg Voigt (Hrsg.): Interpretative Unterrichtsforschung, Aulis, Köln, S. 79-116.
Nieke, Wolfgang (1995): Interkulturelle Erziehung und Bildung. Wertorientierungen im Alltag, Leske und Budrich, Opladen.
Polanyi, Michael (1966): Implizites Wissen, Suhrkamp, Frankfurt am Main 1985 (Original: The tacit dimension, 1966).
Prediger, Susanne (2001a): Mathematik als kulturelles Produkt menschlicher Denktätigkeit und ihr Bezug zum Individuum, in: Lengnink, Katja / Prediger, Susanne / Siebel, Franziska (Hrsg.): Mathematik und Mensch. Sichtweisen der Allgemeinen Mathematik, Verlag Allgemeine Wissenschaft, Mühltal, S. 21-36.
Prediger, Susanne (2001b): Auf der Suche nach einer tragfähigen Auffassung vom Mathematiklernen, in: Beiträge zum Mathematikunterricht, Franzbecker, Hildesheim, S. 492-495.
Prediger, Susanne (2001c): Mathematiklernen als interkulturelles Lernen. Entwurf für einen didaktischen Ansatz, in: Journal für Mathematikdidaktik 22(2), S. 123-144.
Schulz von Thun, Friedemann (1981): Miteinander reden. Störungen und Klärungen. Allgemeine Psychologie der Kommunikation, Band 1, Rowohlt, Reinbek.
Tzanne, Angeliki (2000): Talking at Cross-Purposes. The Dynamics of Miscommunication, Benjamins, Amsterdam/Philadelphia.
Winter, Heinrich (1983): Zur Problematik des Beweisbedürfnisses, in: Journal für Mathematikdidaktik 4 (1), S. 59-95.