Mathematiklernen als interkulturelles Lernen - Entwurf für einen didaktischen Ansatz

Susanne Prediger

Erscheint im Journal für Mathematikdidaktik 2001.

Zusammenfassung: Ausgehend von der Transfer-Problematik wird ein Ansatz entworfen, Mathematiklernen als interkulturelles Lernen aufzufassen. Dabei wird Mathematik als Kultur formalen Denkens betrachtet, die dem individuellen Alltagsdenken entgegentritt und dann integriert werden muss. Pädagogische Konzepte zum interkulturellen Lernen sind hilfreich, diesen Prozess zu analysieren und Ideen für seine Unterstützung zu entwickeln. Grundlage für eine solche Perspektive auf das Mathematiklernen ist die in der neueren Philosophie der Mathematik vertretene kulturalistische Sicht auf Mathematik.

Abstract. Starting with the problem of transfer, an approach is developed to consider mathematics learning as intercultural learning. For this, mathematics is understood as a culture of formal thinking, that shall be integrated into the general thinking of each individual learner. In order to analyse this process and to give ideas how to support it, pedagogical conceptions about intercultural learning are activated. The basis of such an approach to mathematics learning is given by newer tendencies in the philosophy of mathematics where a culturalistic viewpoint becomes more and more common.

1. Einleitung: Die Transferproblematik

Die Idee von der Mathematik als einer „Schule des Denkens", insbesondere des logischen Denkens, hat eine lange Tradition. Schon Platon schrieb über die Mathematik:

> „Denn es gibt kein einziges Lehrfach für die Jugend, das [...] so wichtig wäre wie die Übung im Rechnen. Der wesentliche Nutzen dabei ist aber der, daß es die schlummernde und unwissende Seele weckt und sie gelehrig, gedächtnisstark und scharfsinnig macht, dergestalt, daß sie auch trotz widerstrebender Naturanlage dank dieser vom Himmel stammenden Kunst vorwärts schreitet." (Platon, 5. Buch der Gesetze, zit. nach Heymann 1996, S. 292)

Diese Vorstellung hat in der humanistischen Idee der formalen Bildung weitergelebt, und auch heute hat sich in nahezu allen mathematikdidaktischen Richtungen die Forderung erhalten, dass Mathematikunterricht (neben anderem) als „Übung des logischen Denkens" eine allgemeine Denkfähigkeit entwickeln soll (vgl. Lenné 1969, S. 121-128). Daher besteht in gegenwärtigen Diskussionen um die Ziele des Mathematikunterrichts an Gymnasien weitgehend Konsens darüber, Mathematik als eine Kultur formalen Denkens anzusehen, mit der sich alle Schülerinnen und Schüler im Laufe ihres Bildungsgangs auseinandersetzen sollen, um, wie es verkürzt heißt, „logisch denken zu lernen". Das bedeutet, man hofft, dass die Lernenden durch eine Beschäftigung mit mathematischen Denk- und Herangehensweisen nicht nur eine bestimmte Denkkultur kennenlernen, sondern davon auch etwas in ihr Alltagsdenken übernehmen können, gleichwohl ohne in unkritischer Form einer instrumentellen Rationalität zu verfallen.

Genauso einig wie über diese Zielsetzung ist man sich inzwischen aber darüber, dass dies so leicht nicht zu verwirklichen ist. Schon Helge Lenné hat die dahinterstehende Transferhypothese problematisiert: Erlernt man innerhalb der Mathematik gewisse Denkfähigkeiten, so ist man auf Grund der Bereichsspezifität des Denkens nicht automatisch in der Lage, diese auch auf außermathematische Gebiete zu übertragen (vgl. Lenné 1969, S.114-154, Bauersfeld 1983). Dies wird durch gravierende Unterschiede in den Stoffstrukturen der Mathematik und außermathematischer Bereiche deutlich erschwert. Daher kommt Lenné zu folgendem Urteil:

> „So können sich grundsätzliche didaktische Zweifel an der Forderung erheben, ‚Logisch-Denken-Können' im Allgemeinen durch Mathematik zu üben. Es könnte in vielen Fällen rationeller und kräftesparender sein, logisches Denken ausschließlich innerhalb jedes Bereichs zu üben und jedenfalls nicht mit Transfer zu rechnen." (Lenné 1969, S. 128)

Die Beschäftigung mit der Kultur formalen Denkens bleibt somit oft ohne große Auswirkungen auf das eigene Denken im Alltag. Es stellt sich sogar die Frage, wie viele Schüler überhaupt die Mathematik nicht nur als eine Ansammlung von alltagsfernen Begriffsbildungen und Rechenverfahren erfahren, sondern als umfassende Kultur formalen Denkens mit eigener Sprache, eigenen Denkweisen, Schwerpunkten und Normen. Im Laufe des Lernprozesses werden zwar Brüche zwischen dem mathematischen Denken und dem eigenen Alltagsdenken intensiv erlebt, das mathematische Denken jedoch nicht in seinen Eigenheiten reflektiert. Übrig bleibt bei vielen ein Gefühl der Befremdung („Ich kann halt keine Mathe, sie ist für mich ein Buch mit sieben Siegeln."), wie es etwa von Stella Baruk dramatisch beschrieben worden ist:

> „Für die überwältigende Mehrheit der Schüler hat eine mathematische Fragestellung – ganz egal welche – keinerlei Sinn. Und das betrifft nicht etwa nur ihre ‚Lösung' – falls sie jemals gelöst wird –, bevor sie überhaupt formuliert wird, ist die Frage bereits allen Sinns beraubt." (Baruk 1989, S. 31)

Nicht ganz so vernichtend für den Mathematikunterricht, doch gleichwohl deutlich, beschreibt Hans Werner Heymann die Kluft, die viele Menschen zwischen dem mathematischen Denken und dem Alltagsdenken empfinden:

> „Die Einstellung vieler Mitbürger zur Mathematik als ‚Schule des Denkens' ist zwiespältig. Einerseits erkennen selbst Jugendliche und Erwachsene, die sich eher für mathematisch unbegabt halten, in der Regel an, daß Mathematik etwas mit klarem und folgerichtigen Denken zu tun hat. Andererseits stößt man immer wieder auf irritierende Äußerungen, die in die entgegengesetzte Richtung weisen: Das im Mathematikunterricht erforderliche Denken erscheint vielen, die mit der Mathematik Schwierigkeiten haben, auf eine eigentümliche Weise verschlüsselt, ‚verdreht', unnatürlich, so daß man ohne weiteres ‚nicht darauf kommt'. Man scheint in der Mathematik ‚anders denken' zu müssen als im Alltag." (Heymann 1996, S. 206/207)

Die empfundene Diskrepanz führt (nicht zwangsläufig, aber häufig) zu einer Unfähigkeit, mathematische Herangehensweisen im Alltag anzuwenden, wen sie über die elementaren Grundrechenarten hinausgehen. Diejenigen dagegen, die sich auf die Mathematik intensiver eingelassen haben, etwa in einem Mathematikstudium, entwickeln viele außermathematische Fähigkeiten, die sie auch auf dem Arbeitsmarkt erfolgreich sein lassen. Auch wenn kaum genau zu klären ist, wo und wie dies geschieht, muss man somit nicht grundsätzlich an der formalen Bildungsqualität der Mathematik zweifeln. Daher sollte es nicht darum gehen, das Ziel an sich aufzugeben, sondern nur darum, wie Mathematikunterricht erfolgreicher seiner Aufgabe als „Schule des Denkens" gerecht werden kann.

Ein ähnliches Phänomen wie die Problematik des Transfers konnte man jahrelang in der Pädagogik der internationalen Begegnungen beobachten: Seit dem zweiten Weltkrieg sind in Europa internationale Jugendbegegnungen veranstaltet worden mit den hehren Zielen der „Völkerverständigung", des

Abbaus nationaler Stereotypen und Vorurteilen und schließlich der Annäherung der Völker Europas. Dieser idealistischen Zielsetzung stand und steht eine weitgehend ernüchternde Praxis gegenüber, in der Begegnungen oft oberflächlich bleiben und durch die Unterdrückung von Konflikten sowie die fehlenden Reflexionsmöglichkeiten latente Vorurteile zuweilen eher verstärkt als abgebaut werden.

Zu Beginn der siebziger Jahre begann man daher, die dahinterstehende implizite Kulturkontakt-Hypothese in Frage zu stellen, nach der ein bloßes Zusammentreffen der Kulturen schon Lernprozesse auslöst. Das kritische Hinterfragen der Kulturkontakt-Hypothese eröffnete den Weg für die Entwicklung einer grundlegenden Konzeption von interkulturellem Lernen, in dem Völkerverständigung nicht mehr als hehres Ziel formuliert wurde, sondern der Prozess der Auseinandersetzung selbst stärker in den Mittelpunkt rückte (vgl. Müller 1987, S. 149-168).

Diese Konzeption soll im Folgenden vorgestellt werden mit dem Ziel, ihre Ideen, Konzepte und Erfahrungen für mathematikdidaktische Überlegungen nutzbar zu machen. Dazu wird zunächst in die Perspektive der Mathematik als (Teil-)Kultur eingeführt (Abschnitt 2), dann die grundsätzliche Konzeption des interkulturellen Lernens vorgestellt sowie auf Mathematiklernen übertragen (Abschnitt 3) und schließlich einzelne Aspekte zur Methodik eines Mathematiklernens als interkulturellen Lernens diskutiert (Abschnitt 4). Um den Ansatz einzuordnen, soll abschließend kurz vorgestellt werden, wie die Perspektive des Mathematiklernen als interkulturelles Lernen sich in die Zielsetzungen eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts einpasst (Abschnitt 5).

2. Mathematik als Kultur

Wenn Mathematiklernen als interkulturelles Lernen betrachtet werden soll, muss zunächst geklärt werden, in welchem Sinne es bei der Mathematik um eine eigene Kultur geht. Dazu ist es hilfreich, das dahinterstehende Kulturverständnis explizit zu machen, über das in anthropologisch und soziologisch orientierten Disziplinen schon länger diskutiert wird. Eine für mich überzeugende, für die weiteren Überlegungen tragende Definition von Kultur hat der Pädagoge Alexander Thomas formuliert:

> „Allgemein kann Kultur als ein generelles, universelles, für eine Gesellschaft, Nation, Organisation und Gruppe aber besonderes Orientierungssystem betrachtet werden. Dieses Orientierungssystem wird [...] in der jeweiligen Gesellschaft, Nation usw. tradiert. Es beeinflußt das Wahrnehmen, Denken, Werten und Handeln aller Mitglieder und definiert somit deren Zugehörigkeit zur Gesellschaft. Das Orientierungssystem ermöglicht den Mitgliedern der Gesellschaft ihre ganz eigene Lebens- und Umweltbewältigung.“ (Thomas 1988, S. 82/83)

Wir haben es hier mit einem sehr weiten Kulturbegriff zu tun: Kultur umfasst alle Normen, Werte und Einstellungen, die das Wahrnehmen, Denken, Werten und Handeln derjenigen Personen beeinflussen, die einer Gruppe angehören (insofern ist es universell, d.h. allumfassend für den Einzelnen, aber gleichzeitig gruppenspezifisch und somit partikulär im Geltungsanspruch). Eine so verstandene Kultur strukturiert ein für die jeweilige Gruppe spezifisches Handlungsfeld, das von geschaffenen und genutzten Objekten bis hin zu Institutionen, Ideen und Werten reicht. Kultur bietet somit Handlungsmöglichkeiten, Handlungsanreize, setzt aber auch Handlungsbedingungen und Handlungsgrenzen. Eine Hauptthese dieses Artikels ist, dass es sich lohnt, die Mathematik als eine eigene (Teil-)Kultur im Sinne eines solchen Orientierungssystems aufzufassen, was im Weiteren ausgeführt werden soll. Mit Mathematik ist dabei nicht nur die explizite Mathematik mit ihren Begriffen, Theorien und Sätzen gemeint, sondern vor allem auch die implizite Mathematik mit ihren Denk- und Handlungsprinzipien.

Bevor dies weiter erläutert wird, sei kurz auf die Schwierigkeit der Begriffe Teilkultur und Gesamtkultur eingegangen: Der obigen Definition von Kultur ist inhärent, dass nahezu jedes Individuum unserer Gesellschaft in mehreren Kulturen gleichzeitig lebt, da es verschiedene Rollen in unterschiedlichen Gruppen einnimmt. Daher ist eine Kultur niemals einheitlich und homogen, sondern immer durch eine gewisse innere Vielfalt geprägt. Dies gilt ebenso für die Gesamtkultur, von der Mathematik als Teil verstanden werden soll, wie für die Mathematik selbst. Gleichwohl halten es Kulturanthropologen und Soziologen für legitim und gewinnbringend, Kulturen als Ganzes zweckgerichtet zu untersuchen und zu vergleichen.

Die Auffassung von Mathematik als eigenes kulturelles Orientierungssystem ist in der mathematikdidaktischen und mathematikphilosophischen Literatur auch von anderen bereits vertreten worden. Insbesondere die Disziplin der Ethnomathematik hat in den letzten Jahrzehnten das Verständnis von Mathematik als „system of codification which allows describing, dealing, understanding and managing reality“ (D‘Ambrosio, zit. nach Barton 1999, S. 54) herausgearbeitet und zahlreiche empirische Belege aus ethnologischen Untersuchungen in unterschiedlichen Kulturen geliefert (vgl. insbesondere auch Bishop 1988). Die für die Ethnomathematik zentrale Beobachtung, dass dabei unterschiedliche Völker und Gruppen zu ganz verschiedenen solcher Orientierungssysteme gekommen sind, ist für uns hier nur insoweit von Belang, als es die Kulturbedingtheit und Relativität der „westlichen Mathematik“ deutlich macht (die ja selbst ein multikulturelles Produkt ist, was hier aber nicht thematisiert werden soll, vgl. Schroeder 2000). An den Analysen der Ethnomathematiker wird deutlich, dass sich Zivilisationen im Laufe ihrer Entwicklung eine Kultur formalen Denkens schaffen, um ihren spezifischen Herausforderungen und Problemen begegnen zu können.

Dies ist auch für Reuben Hersh und andere dem sozialen Konstruktivismus nahestehende Mathematikphilosophen ein zentraler Aspekt (vgl. auch Tymoczko 1985, Ernest 1998). Hersh betont, dass Mathematik eine menschliche Aktivität ist und daher stets als ein Teil der menschlichen Kultur und Geschichte, also als ein sozial-kulturelles, historisches Phänomen verstanden werden muss:

> „From the viewpoint of philosophy mathematics must be understood as a human activity, a social phenomenon, part of human culture, historically evolved, and intelligible only in a social context: I call this viewpoint ‚humanist‘.“ (Hersh 1997, S. 11)

Die mathematischen Objekte, Begriffe und Methoden werden, so Hersh, als Antworten auf gewisse Problemstellungen in einem bestimmten kulturellen Kontext von Mathematikern entwickelt und gewinnen dann eine soziale Realität, d.h. sie existieren in dem kollektiven Bewusstsein der Gemeinschaft der Mathematiker und führen dort auch ein gewisses Eigenleben (vgl. auch Wilder 1981).

Obwohl sich diese Mathematikauffassung unter den forschenden Mathematikern noch nicht breit durchgesetzt hat, scheint unter Didaktikern darüber bereits eine gewisse Einigkeit zu herrschen. Darauf lässt zumindest eine gemeinsame Stellungnahme der didaktischen Fachverbände (GDM, MNU u.a.) zur „Mathematischen und naturwissenschaftlichen Bildung an der Schwelle zu einem neuen Jahrhundert“ (Asselborn u.a. 1998) schließen. In ihr wird gefordert, Mathematik in drei Facetten zu vermitteln: Neben „Mathematik als einer nützlichen und brauchbaren Wissenschaft“ und „Mathematik als einer formalen Strukturwissenschaft“ solle auch stehen:

> „Mathematik als einer historisch gewachsenen und kulturell eingebetteten und auf Kreativität beruhenden Wissenschaft: Mathematische Begriffe und Methoden entwickelten sich historisch an Fragestellungen und Problemen, die auch an gesellschaftliche und praktische Bedingungen gebunden sind. Mathematik ist also kein abgeschlossener Wissenskanon. Sie ist lebendiges und

> phantasievolles Handeln, das auf menschlicher Kreativität beruht. Dieses greift zurück auf den Wunsch nach ästhetischer Darstellung, auf das freie Spiel, aber auch auf den Willen zu Diskurs und Begründung.“ (Asselborn u.a. 1998)

Die von der KMK eingesetzte Expertenkommission zur Weiterentwicklung der gymnasialen Oberstufe schreibt:

> „[Die] Schulfächer sind [...] als eigenständiger kognitiver Zugang zur Welt qualifizierbar; denn über das Schulfach wird nicht nur - sachlich - der Bezug zu den Wissenschaften ermöglicht, sondern zugleich auch - personal - die Erschließung der Welt für den Lernenden eröffnet.“ (Expertenkommission 1985, S. 98)

Mathematik ist in diesem Sinne vor allem ein bestimmter Zugang zur Welt, was durch den Begriff der „mathematischen Brille“ gut zu fassen ist. Will man Mathematik als Kultur besser verstehen, muss man das Spezifische an dem mathematischen Zugang zur Welt begreifen, also die „mathematische Brille“ genauer untersuchen. Es muss geklärt werden, was das Orientierungssystem der Mathematik ausmacht, sowohl innerhalb des Theoriegebäudes als auch in ihrem Bezug zur Welt. Dazu sind schon viele Antwortversuche auf sehr unterschiedlichen Ebenen (etwa der Philosophie der Mathematik, Wissenschaftstheorie, Mathematikdidaktik, Wissenssoziologie der Mathematik) gemacht worden, die sich auf sehr verschiedene Aspekte beziehen. Wie sich die Vielzahl dieser Aspekte unter der Perspektive des Orientierungssystems systematisieren lässt, das Denken, Wahrnehmen, Handeln und Werten beeinflusst, sei nur durch einige Fragen angedeutet:

a. Innerhalb der Mathematik als Theorie:
   - *Denken*: Wie ist das mathematische Denkgebäude aufgebaut? (Ontologische Natur der Gegenstände des mathematischen Denkens, axiomatisch-deduktive Methode,...) Wie wird im mathematischen Denkgebäude Wissen gesichert? (Rolle des Beweisens, Wahrheitsanspruch,...) usw.
   - *Werten:* Welche Werte prägen die Mathematik? (Objektivitätsanspruch, Widerspruchsfreiheit, Relevanz, Eleganz,...) Welchen Einfluss haben die Werte auf Denken und Handeln? Wie werden Werte tradiert? usw.
   - *Wahrnehmen:* Was beeinflusst die Wahrnehmung von Mathematik (Implizite Wertvorstellungen, typische Fragestellungen und Herangehensweisen, institutionelle Gegebenheiten,...) Welche Wirkungen hat diese Wahrnehmung auf mathematisches Denken und Handeln? usw.
   - *Handeln:* Wie vollzieht sich mathematisches Arbeiten und mathematische Erkenntnisgewinnung? (Theorieentstehung und Begriffsentwicklung, Bedeutung der Formalisierung zur Vergegenständlichung von Abstraktem, Strategien der Erkenntnisgewinnung bzw. Problemlösung,...) Wie werden beim mathematischen Arbeiten Erkenntnisse gesichert? (Intersubjektive Sicherung der Geltungsansprüche,...) usw.

b. Mathematik als Zugang zur Welt: Die mathematische Brille
   - *Denken:* Wie kann Mathematik als Mittel zum Denken und zur Erkenntnisgewinnung eingesetzt werden? (Als Darstellungs- und Kommunikationsmittel, als Sprache zur formalen Beschreibung, zur mathematischen Modellbildung,...) Was macht die Stärke der mathematischen Brille aus? Wo sind ihre Grenzen? Wie ist das Verhältnis von mathematischem und alltäglichem Denken? (mathematische Denkweisen als spezifische Ausformung alltäglicher Denkweisen, als Verstärker des Alltagsdenkens,...) usw.
   - *Werten:* Systemaspekt: Welche Werte werden durch Mathematik transportiert? (Objektivität und instrumentelle Rationalität, Mechanisierung, eindeutige Lösbarkeit von Problemen,...);

Mittelaspekt: Wie wird Mathematik als Hilfsmittel zur Bewertung von Außermathematischem eingesetzt? (Herstellung von Scheinobjektivität, Transparenz durch Formalisierung und Strukturierung,...) usw.

- *Wahrnehmen:* Wie beeinflussen mathematische Denkweisen und Begriffe die Wahrnehmung der Welt? (Bedeutung von Quantifizierungen oder kausalem Denken, Bereicherung und Begrenzung der Wahrnehmung durch mathematische Begriffe und Ideen,...) usw.
- *Handeln:* Inwiefern kann Mathematik handlungsfähig bzw. -unfähig machen? Welche Rolle spielen mathematische Mittel bei Entscheidungsfindungen, und welche Rolle sollten sie spielen? Was sind ihre Wirkungen, welche wären wünschenswert? usw.

Die Philosophie der Mathematik hat sich seit Platon mit dem Aspekt des Denkens innerhalb der mathematischen Theorie beschäftigt, insbesondere mit den Gegenständen der Mathematik und dem Wahrheitsstatus ihrer Aussagen. Einen guten Überblick über die zwischen Platonisten und Realisten, Logizisten, Formalisten und Intuitionisten sowie anderen Philosophen geführten Debatten zu diesen Fragen gibt etwa Thiel 1995, neuere Sichtweisen formulieren z.B. Tymoczko 1996, Hersh 1997 und Ernest 1998. Die Aspekte des Wahrnehmens, Handelns und Wertens innerhalb der Mathematik sind erst in den Blick genommen worden, seitdem sich die Philosophie der Mathematik konsequenter mit der praktischen Arbeit der Mathematiker beschäftigt (vgl. Lakatos 1979, Tymoczko 1985, Hersh 1997, Ernest 1998, Restivo u.a. 1993, Burton 1998). Auch von Seiten der Mathematikhistoriker (etwa Krämer 1988, Wilder 1981) oder der Wissensschaftssoziologie (insbesondere Heintz 2000) sind dazu lehrreiche Beiträge gemacht worden, die ein gutes Fundament für eine kulturalistische Sicht auf die Mathematik bilden können (vgl. Prediger 2001a).

Während sich diese Arbeiten vorrangig auf die Mathematik selbst beziehen, wird die Diskussion zur Mathematik als Zugang zur Welt weniger breit geführt. Es gibt Arbeiten zur Rolle der Mathematik in der Gesellschaft, etwa Fischer 1988, 1998 und Wille 1995, und zahlreiche Arbeiten zu Aspekten des Modellbildens (vgl. Steiner 1976) oder Mathematik als Kommunikationsmittel (vgl. Fischer/Malle 1985). Außer in den Arbeiten aus der Ethnomathematik (insbesondere Bishop 1988 und Nunes u.a. 1993) gibt es jedoch wenig zum Verhältnis von mathematischen und alltäglichen Denkweisen (eine Ausnahme bildet der Tagungsband Keitel u.a. 1995). Gerade dies ist jedoch zentral, wenn man die Mathematik als *Teil*kultur unserer Kultur begreifen will (vgl. auch Lengnink/Peschek 2001).

Es ist hier nicht der Raum, um die oben aufgeführten Fragen auch zu beantworten, dafür sei auf die genannte Literatur verwiesen. Hier sollen stattdessen die Konsequenzen des kulturalistischen Blickwinkels für das Mathematiklernen diskutiert werden.

An die Mathematikdidaktik ergeben sich aus dem Verständnis von Mathematik als Kultur vor allem zwei Forderungen: Zum einen sollten die Schwierigkeiten, die sich beim Wechseln zwischen der Kultur der Mathematik und der Alltagskultur ergeben können, konsequenter in den Blick genommen werden, und zum anderen sollten auch Mathematiklernende die Mathematik als Teilkultur unserer Gesamtkultur erfahren können. Dies wird auch in den aktuellen Arbeiten an PISA, der angelaufenden OECD-Studie zum internationalen Vergleich mathematischer Kompetenzen, deutlich als Bestandteil mathematischer Kompetenz formuliert:

> „Mathematics Literacy is an *individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world,* to make well-founded mathematical judgements and to engage in mathematics, in ways that meet the needs of that individual's current and future life as a constructive, concerned and reflected citizen." (aus dem PISA-Framework, zit. nach Baumert 1999, Hervorhebung eingefügt)

Für beide Aspekte ist es hilfreich, die Konzepte der Pädagogik interkultureller Begegnungen genauer zu betrachten, denn dort sind Denk- und Lösungsansätze entwickelt worden, die auch für das Mathematiklernen instruktiv sind. Auch wenn auf diese Weise der Mathematikunterricht nicht neu erfunden wird, da viele Ideen in der Mathematikdidaktik bereits bekannt sind, eröffnet der Blickwinkel dieses didaktischen Ansatzes, Mathematiklernen als interkulturelles Lernen zu betrachten, einige interessante Perspektiven.

3. Zum Konzept des interkulturellen Lernens

Der Denkansatz, Mathematiklernen als interkulturelles Lernen zu betrachten, soll zunächst metaphorisch in Analogie zu (idealen) Lernprozessen beim Schüleraustausch erläutert werden: Schüler nähern sich der Mathematik wie einer fremden Kultur, über die sie einiges erfahren, ein Stück weit in ihr leben und dabei versuchen, sich den Verhaltensweisen und Denkweisen anzupassen. Betont werden muss das „Stück weit in ihr leben", denn sie sollen nicht nur von außen auf die Mathematik gucken, sondern sie selbst erfahren, so wie man es eben während eines Schüleraustauschs kann.

Dabei erleben sie, dass sich die Denkweisen, Normen und Werte durchaus von denen der eigenen Kultur (in Bezug auf die Kultur Mathematik also den alltäglichen Denkweisen) unterscheiden, und vielleicht ziehen sie einiges davon den Denkweisen der eigenen Kultur vor. Wenn sie dann wieder nach Hause fahren, und wirklich ein interkultureller Lernprozess stattgefunden hat, dann vergessen sie nicht einfach alles. Zumindest wird sie die Erfahrung der kulturellen Relativität vieler Normen, Sitten und Gebräuche prägen, so dass sie eine größere Toleranz gegenüber Andersartigem entwickeln und lernen, Phänomene aus unterschiedlichen Perspektiven zu betrachten. Vielleicht werden sie einige der Denkweisen oder Werte übernehmen und in ihrem Alltag Zuhause integrieren.

Zur Verdeutlichung soll dies explizit auf Mathematiklernen übertragen werden: Mathematikunterricht sollte dazu dienen, dass Schüler/innen die Mathematik als eine eigene Kultur kennen und verstehen lernen. Dazu sollten sie selbst diese Kultur er-leben können, sich ein Stück weit darin sozialisieren, so dass sie sich in gewissen abgegrenzten Teilbereichen sicher bewegen können. Notwendig ist auch der Erwerb von implizitem Wissen über Vorgehensweisen, Normen und Werte. Damit können die Lernenden ihren „Schüleraustausch" bewältigen, doch was ist, wenn sie wieder „nach Hause fahren", d.h. außerhalb des Mathematikunterrichts? Die Dimension der bleibenden Lerneffekte zielt auf ein Verständnis des spezifischen Beitrages der Mathematik zur Erklärung der Welt und auf den Transfer mathematischen Denkens in außermathematische Bereiche.

Die Metapher des Schüleraustauschs und die hier angedeuteten Ideen sollen im folgenden ausdifferenziert und mit pädagogischer Theorie des interkulturellen Lernens verknüpft werden. Dabei wird im wesentlichen auf die pädagogische Literatur zu internationalen Begegnungen Bezug genommen, nicht auf den in der ausländerpädagogischen Tradition stehenden Diskussionsstrang der interkulturellen Pädagogik (etwa Borelli 1986), weil dies als die dem Anliegen angemessenere Ausrichtung erscheint.

3.1. Lernen in kulturellen Überschneidungssituationen

Allgemein lässt sich interkulturelles Lernen, so Thomas, „als ein Lernen in einer kulturellen Überschneidungssituation“ auffassen (Thomas 1988, S. 86). In den Konzepten zum interkulturellen Lernen ist die direkte Konfrontation mit der anderen Kultur also Ausgangspunkt jeder interkulturellen Lernsituation. Man muss die andere Kultur wirklich er-leben, bevor Lernprozesse in Gang gesetzt werden können. Die Betonung der kulturellen *Überschneidungs*situation ist dabei fast selbstverständlich, da jeder, der sich in einer fremden Kultur bewegt, dabei seine eigenkulturellen Orientierungen automatisch mit einbringt und sich daher mit den Diskrepanzen, mehr oder weniger explizit, auseinandersetzen muss.

Überträgt man den Ansatz auf das Mathematiklernen, ist der Gedanke keineswegs mehr selbstverständlich. Dass auch hier Lernen nur in kulturellen Überschneidungssituationen stattfinden kann, wenn Mathematik als (Teil-)Kultur begriffen werden soll, hat zur Konsequenz, dass Mathematikunterricht den Lernenden ausreichend Möglichkeiten bieten muss, in dem Überlappungsbereich zwischen Mathematik und Welt eigene Erfahrungen zu sammeln. Dazu gehört ein Mathematikunterricht, in dem Mathematik als Tätigkeit, nicht als fertiges Produkt, erfahrbar wird (vgl. Freudenthal 1973), und in dem reichhaltige Bezüge zum Alltagsdenken hergestellt werden. Mathematiklernen kann sich nicht unabhängig von der alltäglichen Denkkultur vollziehen, denn Lernende bringen beim Erwerb der mathematischen Kultur ihre alltagsweltliche Prägung immer mit ein. Wir haben es also stets mit einer kulturellen Überschneidungssituation von Alltagskultur mit mathematischer Kultur zu tun, die Konflikte und Chancen mit sich bringt und daher berücksichtigt werden muss (vgl. auch Schroeder 2000, S. 454ff).

In einem Unterricht, in dem Mathematiklernen als interkulturelles Lernen seinen Platz haben soll, müssen also mathematische Modellbildungen, mathematische Denk- und Arbeitsweisen in vielfältiger und anwendungsbezogener Form vorkommen. Die Bedeutung einer solchen systematischen Vernetzung zwischen Mathematik und alltäglichem Denken für die Ausbildung einer Transferfähigkeit hat auch Heymann deutlich hervorgehoben:

> „Wenn es um einen Brückenschlag zwischen mathematischem und alltäglichem Denken geht, muß dieser Brückenschlag in der Vernetzung der thematisierten Inhalte bereits angelegt sein. Daher ist eine Mathematik, die sich – von den Schülern aus gesehen – mit ihrem übrigen Leben verbinden läßt, für die Entwicklung einer allgemeinen Denkfähigkeit vielversprechender als solche, die hauptsächlich aus innermathematischen Gründen interessant ist.“ (Heymann 1996, S. 241)

Um weitergehend zu klären, in welcher Form das Verbindende von Mathematik und Alltags-Wirklichkeit im Unterricht erfahrbar werden kann und soll, ist es hilfreich, einige grundsätzliche Überlegungen zum interkulturellen Lernen zum Umgang mit Fremdem zum Anlass zu nehmen, eine Position zum angestrebten Verhältnis zwischen mathematischem und alltäglichem Denken zu formulieren.

3.2. Zum Umgang mit dem Fremden

Wird eine Person mit dem Übergang von einer (bekannten) zu einer (evtl. unbekannten) Kultur konfrontiert, und damit mit anderen Handlungsfeldern und Orientierungssystemen, kann sie auf unterschiedliche Weisen reagieren. Thomas hat vier prototypische Reaktionsweisen ausgemacht (vgl. Thomas 1988, S. 86f):

- Entziehung der Konfrontation durch Flucht (im Extremfall: Xenophobie)
- Versuch, sich der neuen Kultur vollkommen anzupassen und die eigene abzulegen (im Extremfall abzulehnen)
- Versuch, die eigenen Orientierungssysteme zu übertragen und so in der fremden Kultur zu bestehen (im Extremfall: kulturelle Bekehrungs- oder Dominierungsversuche)
- Verbindung der eigenkulturellen und fremdkulturellen Orientierungssysteme durch Entwicklung eines neuen, in beiden Kulturen anwendbaren Orientierungssystems

Auf den Mathematikunterricht übertragen, entspricht das erste Verhaltensmuster der anfangs beschriebenen inneren Emigration vieler Schüler/innen im Mathematikunterricht: Sie empfinden die im Mathematikunterricht gestellten Anforderungen als sinnentleert und ziehen sich innerlich soweit zurück, wie Unterrichtsdisziplin und Notendruck das zulassen. Im Extremfall entsteht eine „Mathephobie", die insbesondere mit der völligen Verweigerung verbunden ist, mathematische Zusammenhänge aufzunehmen.

Diese Schülerhaltung der inneren Emigration geht oft einher mit der impliziten Forderung der Lehrenden, sich nach dem zweiten Muster zu verhalten: Alles allgemeine Denken (das Eigenkulturelle) außen vorzulassen und das mathematische Denken als die überlegene Denkweise zu akzeptieren. Die hinter dieser Forderung stehende Haltung hat Heymann als Differenzannahme beschrieben, die er als eine von zwei extremen Interpretationen des Verhältnisses von mathematischem und alltäglichen Denken betrachtet:

> „*Differenzannahme:* Alltägliches und mathematisches Denken sind grundverschieden. Das Alltagsdenken ist – wie die Alltagssprache, auf die es sich stützt – vage, unpräzise und führt zu keinen klaren Ergebnissen. Eine Ursache von Fehlern ist, daß Schüler ihrem Alltagsdenken verhaftet bleiben. Im Mathematikunterricht ist jedoch die mathematische Denkweise die allein angemessene. Ein vorrangiges Ziel des Mathematikunterrichts muß es sein, das Alltagsdenken der Schüler möglichst weitgehend durch das mathematische Denken zu ersetzen. Schülern, denen das ‚Umschalten' auf das mathematische Denken nicht gelingt, ist die Unvollkommenheit und die Problemunangemessenheit des Alltagsdenkens zu demonstrieren." (Heymann 1996, S. 224)

Im Extremfall ist die auf der Differenzannahme basierende Haltung mit einer problematischen Geringschätzung jeglichen nicht-mathematischen Denkens verbunden, das als irrational verworfen wird.

Einigen Schülern fällt es leichter, dieser impliziten Forderung gerecht zu werden, das alltägliche Denken aus dem Mathematikunterricht draußen zu lassen, indem sie ihr rationales Denken insgesamt ausblenden und außerdem die Frage nach dem individuellen Bezug zur Mathematik verdrängen, was das Erlebnis der Sinnlosigkeit verstärkt. So greifen die ersten zwei Reaktionsmuster für das Mathematiklernen sehr intensiv ineinander.

Die von Heymann beschriebene Gegenposition zur Differenzannahme ist die Kontinuitätsannahme:

> „*Kontinuitätsannahme:* Das mathematische Denken stellt gleichsam eine systematische Fortschreibung des Alltagsdenkens dar: Das Alltagsdenken wird durch Schärfung seiner Begrifflichkeiten und durch systematische und bewußte Anwendung bestimmter Schluß-weisen und Strategien, die im Prinzip (aber häufig eben inkonsequent) auch im Alltagsdenken schon nachweisbar sind, für eine bestimmte Klasse von Problemen (eben die so genannten ‚mathematischen' Probleme) effektiviert. Zwischen dem Alltagsdenken (bzw. der Alltagssprache) und dem mathematischen Denken (bzw. der Fachsprache) gibt es eine Fülle von Zwischenstufen, die für das Mathematiklernen wichtig sind. Mathematisches Lernen hat desto grö-

ßere Erfolgschancen, je weniger die Lernenden zwischen ihrem Alltagsdenken und dem im Unterricht geforderten mathematischen Denken eine Kluft empfinden.“ (Heymann 1996, S. 224)

Diese Haltung passt nur begrenzt zu dem von Thomas beschriebenen Reaktionsmuster, in dem die eigenen Orientierungssysteme in die fremde Kultur übertragen werden. Beide führen aber im Extremfall zu einer Verneinung aller Unterschiede zwischen den Denkweisen, wenn auch in Bezug auf mathematisches und alltägliches Denken nicht kulturelle Dominanz die Folge ist, sondern ein Übergehen möglicher Lernschwierigkeiten durch Vernachlässigung der existierenden Brüche.

Die Reaktion, die auch für Mathematiklernen das Wünschenswerte wäre, ist durch das vierte Muster beschrieben, also durch den Versuch einer Verbindung des eigenkulturellen und fremdkulturellen Orientierungssystems. Dies kann im Mathematikunterricht dadurch geschehen, dass Mathematik als spezifische Ausformung eines Teils des allgemeinen Denkens erfahrbar wird, so dass das Aufdecken und Knüpfen von Verbindungen leichter fällt. Die dahinterstehende Grundhaltung beschreibt Heymann so:

„Mathematisches Denken setzt nicht ein ‚Umschalten‘ vom üblichen Denken voraus oder gar ein ‚Ausschalten‘; sondern es steht für einen systematischeren Gebrauch des üblichen Denkens und für seine Ausweitung auf neue, mit dem Alltagswissen vielfältig vernetzte Wissensbereiche – den Wissenskorpus der Mathematik – sowie für eine effektive Nutzung der in diesen neuen Wissensbereichen bereitgestellten Denkwerkzeuge.“ (Heymann 1996, S. 228/229)

Zwar stimme ich diesem Ansatz, mathematisches Denken als spezifische Ausformung des Alltagsdenken anzusehen, im Wesentlichen zu, doch möchte ich in Abgrenzung zur Kontinuitätsannahme betonen, dass auch die bestehenden Brüche zwischen mathematischem und alltäglichem Denken aufgedeckt werden müssen. Die Entwicklung eines synthetisierenden Orientierungssystems, d.h. die Übernahme mathematischer Denkweisen in alltägliches Denken, ist nur dann überzeugend möglich, wenn die spezifischen Eigenarten der Mathematik mit den Gemeinsamkeiten und eben auch Unterschieden zum allgemeinen Denken bewusst gemacht werden (vgl. Winter 1972). Dies soll später wieder aufgegriffen werden.

3.3. Entwicklung neuer Orientierungssysteme

Auf die Entwicklung solcher neuen Orientierungssysteme zielen auch einige Ansätze der Theorien zum interkulturellen Lernen. So definiert etwa Thomas interkulturelles Lernen, ausgehend von der oben zitierten Definition von Kultur als ein bestimmten Gruppen eigenes Orientierungssystem, auf folgende Weise:

„Interkulturelles Lernen findet statt, wenn eine Person bestrebt ist, im Umgang mit Menschen einer anderen Kultur deren spezifisches Orientierungssystem der Wahrnehmung, des Denkens, Wertens und Handelns zu verstehen, in das eigenkulturelle Orientierungssystem zu integrieren und auf ihr Denken und Handeln im fremdkulturellen Handlungsfeld anzuwenden. Interkulturelles Lernen bedingt neben dem Verstehen fremdkultureller Orientierungssysteme eine Reflexion des eigenkulturellen Orientierungssystems. Interkulturelles Lernen ist erfolgreich, wenn eine handlungswirksame Synthese zwischen kulturdivergenten Orientierungssystemen erreicht ist, die erfolgreiches Handeln in der eigenen und in der fremden Kultur erlaubt.“ (Thomas 1988, S. 46)

Beim interkulturellen Lernen handelt es sich also um ein Lernen auf unterschiedlichen Ebenen: Es geht nicht nur um die Aneignung von Kenntnissen über unterschiedliche Kulturstandards und ihre

Hintergründe, sondern auch um die Veränderung von Einstellungen und Verhalten.

Was könnte nun interkulturelles Lernen für Mathematiklernen heißen? Nach Thomas ist die erste Stufe zum interkulturellem Lernen, zu versuchen, das fremdkulturelle Orientierungssystem (also hier: die Mathematik) als solches zu verstehen. Will ein Mathematikunterricht dazu beitragen, muss er das Spezifische an dem mathematischen Zugang zur Welt explizieren, also die „mathematische Brille" zum Thema machen. So können die Lernenden Mathematik überhaupt als Orientierungssystem begreifen lernen.

Das bloße Kennenlernen des neuen Orientierungssystems ist aber nicht genug, denn es geht nach Thomas auch um die Integration des fremdkulturellen in das eigenkulturelle Orientierungssystem, also um die Integration mathematischer Begriffe und Denkweisen in das Alltagsdenken. Diese lange Zeit in der Didaktik als selbstverständlich hingenommene Transferleistung wird in der Pädagogik interkultureller Begegnungen ins Zentrum gestellt. Dies ist ein wichtiger Grund, warum diese Konzepte fruchtbar erscheinen, um die Bedingungen dieses Transfers im Mathematikunterricht zu verbessern. Dazu sollen im Folgenden einzelne konkrete Elemente aus den Konzepten zum interkulturellen Lernen in Hinblick auf den Mathematikunterricht diskutiert werden.

4. Zur Methodik eines Mathematiklernens als interkulturelles Lernen

4.1. Bedingungen an die Lernumgebung

Den Hauptunterschied zwischen Konzepten zum interkulturellen Lernen und früheren Konzepten zu internationalen Austauschen sehe ich in der Abkehr von der Formulierung hehrer Ziele, die sich nicht einlösen lassen, hin zu einer prozessorientierten Pädagogik, die zwar auch Ziele formuliert, aber vor allem den Begegnungs- und Lernprozess als solchen in den Blick nimmt. Die gegenwärtigen Konzepte wollen im Wesentlichen Vorbedingungen schaffen, die langfristig das ermöglichen, was früher als alleiniges großes Ziel formuliert war. Dadurch werden die Ansprüche zum einen realistischer, aber insbeson- dere auch wesentlich leichter operationalisierbar.

Diese Prozessorientierung, verbunden mit der konstruktivistischen Einsicht, dass Lernprozesse immer nur angeregt, aber nie genau gesteuert werden können, hat dazu geführt, die „Gestaltung von Lernumgebungen", wie man es heute sagen würde, sehr stark ins Zentrum zu stellen. Man versucht daher nicht nur Inhalte eines interkulturellen Lernens zu klären, sondern Rahmenbedingungen herauszufinden, die für den Lernprozess möglichst förderlich sind. Hier bestätigen sich viele Aspekte, die auch die didaktischen Forschungen in den letzten Jahren immer stärker ins Blickfeld gerückt haben:

Als einen ganz entscheidenden Aspekt hat Müller das soziale Klima ausgemacht, denn fremdkulturelle Erfahrungen können nur bei intensiver Interaktion mit Vertretern der anderen Kultur gemacht werden (vgl. Müller 1987, S. 149-168). Dies setzt eine offene, entspannte Atmosphäre voraus, die weitgehend von Kommunikationsbarrieren befreit und von gegenseitiger Neugier ebenso geprägt ist wie von Freiräumen für individuelle Annäherungen. Nur so können die für das interkulturelle Lernen wesentlichen soziale Lernprozesse ermöglicht werden.

Dieser Aspekt lässt sich auf das Mathematiklernen leicht übertragen, denn hier sind unter dem Stichwort Unterrichtskultur in den letzten Jahren viele Faktoren zusammen- getragen worden, die ein Lernen im oben beschriebenen Sinne begünstigen:

> „Der Begriff der mathematisch-allgemeinbildenden Unterrichtskultur steht [...] für eine Öffnung des Mathematikunterrichts: für weniger Normierung in den zugelassenen Handlungen und Sprechweisen, für ein Heraustreten aus allzu engen Vorstellungen von Mathematik, für ein bewußtes Zulassen von mehr Subjektivität bei Lernenden und Lehrenden, für eine größere Vielfalt unterschiedlicher individueller Zugänge zur Mathematik, für mehr Freiräume zum eigenen Erkunden, für einen konstruktiveren Umgang mit Fehlern, für ein intensiveres Einlassen auf das, was andere denken, für mehr Sensibilität gegenüber individuellen Denkakten und den damit verbundenen Gefühlen einzelner Schüler – kurz: für mehr Lebendigkeit." (Heymann 1996, S. 263)

Eine solche Unterrichtskultur wird gegenwärtig in vielen Ansätzen zur Veränderung des Mathematikunterrichts als zentrales Element gesehen und durch die Aktivitäten im Anschluss an die TIMS-Studie stark gefördert (vgl. etwa Henn 1999). Interessant ist, dass auch die Offenheit der Lernsituation, die Eigenständigkeit der Lernenden, die Flexibilität des Unterrichtsgeschehens und die Entfrachtung von Inhalten, wie sie für das Mathematiklernen immer wieder eingefordert werden, sich für interkulturelles Lernen als wichtig herausgestellt haben. Übereinstimmend wurde festgestellt, dass hochgradige Planmäßigkeit das interkulturelle Lernen eher behindert als begünstigt, dies gilt insbesondere für fehlende Freiräume durch ein übervolles Programm (Müller 1987, S. 149-168). Je mehr eigeninitiiertes Handeln das Begegnungsprogramm in Richtung auf die fremde Kultur und ihre Vertreter zulässt, desto größer ist die Lernmotivation und die Möglichkeit von intensiven Erfahrungen (vgl. Thomas 1988, S. 15-76).

Da es sich beim interkulturellen Lernen um ein Lernen auf sehr unterschiedlichen Ebenen handelt (Kenntnisse, Einstellungen, Verhalten), ist die Eröffnung vielfältiger Begegnungsmöglichkeiten eine wichtige Voraussetzung für die Initiierung interkultureller Lernprozesse. Es sollen also möglichst vielfältige Möglichkeiten zu fremdkulturellen Erfahrungen geschaffen werden, die eine aktive Auseinandersetzung mit der anderen Kultur erfordern. Dazu gehört aber auch, dass die Betreuenden die Teilnehmenden sensibilisieren und neugierig machen müssen, damit sie die Erlebnisse überhaupt als solche wahrnehmen.

4.2. Reflexion

All die diskutierten Bedingungen beschreiben Lernumgebungen, in denen vielfältige Erfahrungen mit der fremden Kultur ermöglicht werden sollen. Wenn diese Erlebnisse lösen jedoch die gewünschten Lernprozesse nicht unmittelbar aus, vor allem nicht, wenn sie unverarbeitet bleiben. Über die Gestaltung der geeigneten Lernumgebungen hinaus wird daher in den Konzepten zum interkulturellen Lernen die Hauptaufgabe der Betreuenden im Anregen und Unterstützen einer Reflexion der Erfahrungen gesehen.

Eine solche Reflexion muss nach Erfahrungen mit interkulturellem Lernen von den Betreuenden explizit angeregt und begleitet werden, da die Jugendlichen mit dem eigenständigen Verarbeiten der fremdkulturellen Erfahrungen im Allgemeinen überfordert sind. Ohne Unterstützung der Betreuenden durch Metakommunikation bleibt das Feststellen von Andersartigkeiten auf der Ebene von Vorurteilen oder Exotismus, denn sie können sich nicht in ein homogenes Bild einer Gesellschaft fügen. Ein solches Bild wird erst dadurch erlangt, dass man auch über die Gründe bestimmter Gewohnheiten oder Handlungsweisen etwas erfährt. Daher formulieren viele Autoren Metakommunikation als Bedingung für das Gelingen interkulturellen Lernens, z.B.:

> „Interkulturelles Lernen erscheint um so chancenreicher, je gründlicher latente Konflikte in Themen, Verhalten und Situationen an die Oberfläche gebracht und verhandelt werden. [...] Der Grad interkulturellen Lernens ist weitestgehend vom Grad der Metakommunikation abhängig, zu dem es vordringt.“ (Treuheit/Janssen/Otten 1990, S. 66f, vgl. auch Breitenbach 1979, S. 40)

Wenn über die Reflexion des Andersartigen hinaus auch die eigene kulturelle Identität durch die interkulturellen Erfahrungen geformt werden soll, muss auch diese zum Gegenstand der Reflexion werden.

Daher ist stets eine intensive Vor- oder zumindest Nachbereitung der Begegnungssituationen notwendig. In einem gemeinsamen Austausch darüber, was als andersartig oder neuartig erlebt wurde, kann nach Gründen gesucht werden, warum dies so ist. So können jeweils gewisse Ausschnitte des fremdkulturellen Orientierungssystems herausgearbeitet und thematisiert werden, etwa gewisse Normen, Werte oder Vorstellungen. Dadurch können die Lernenden ein Verständnis für die andere Kultur entwickeln, und darüber hinaus für die Vielfalt menschlichen Lebens unter verschiedenen natürlichen und kulturellen Bedingungen. Sie können so die Vielfalt akzeptieren lernen und als Bereicherung und Erweiterung ihres Erfahrungshorizontes und ihre eigenen Handlungsmöglichkeiten und -gewohnheiten erfahren. Dazu ist die Reflexion des eigenen Orientierungssystems, der sie wie selbstverständlich leitenden Vorstellungen, Werte und Normen, von großer Bedeutung. Gerade der Spiegel des Fremdkulturellen ermöglicht das Thematisieren der meist unhinterfragten eigenen Kultur.

In der starken Betonung von Reflexion sehe ich auch für das Mathematiklernen einen zentralen Punkt: Wenn Mathematik von den Lernenden nicht nur als eine Ansammlung von Begriffen, Sätzen und Techniken erlebt werden soll, sondern als ein Orientierungssystem, das auch für das Alltagsdenken eine Bereicherung darstellen kann, dann muss es als solches thematisiert werden. Dazu muss der Mathematikunterricht, wie oben bereits erwähnt, das Spezifische an dem mathematischen Zugang zur Welt explizieren. Um den Transfer des Fremdkulturellen (hier mathematischen Denkens) auf das Eigenkulturelle (das Alltagsdenken) besser zu ermöglichen, müssen die Unterschiede, Gemeinsamkeiten und kulturspezifischen Eigenheiten in den Blick genommen werden.

Die Stärkung reflektiver Elemente im Mathematikunterricht ist immer wieder gefordert worden (insbesondere von Steiner 1989, Bauer 1990, Neubrand 1990a, Sjuts 1999). In zahlreichen mathematikdidaktischen Veröffentlichungen finden sich Beispiele und Vorschläge zum Reflektieren im Mathematikunterricht auf verschiedenen Ebenen. Als erster Zugang sei hier (neben den oben genannten) auf weitere verwiesen, die überzeugende Beispiele geben: Neubrand 1990b, Fischer 1982, Fischer/Malle 1985, Gallin/Ruf 1994, Steiner 1976, Wheatley 1992 u.v.m.

Eine gute Einordnung verschiedener Ebenen mathematikbezogener Reflexion gibt Bauer (1990), indem er folgende vier Formen unterscheidet:

1. Inhaltsreflexion:, d.h. ein „auf mathematische Inhalte und Themen sich richtendes bewußtes, prüfendes Nachdenken und Überlegen, ein sich Vertiefen in Mathematik, ein sich Beschäftigen und Umgehen mit Mathematik ein verständiges Betreiben von Mathematik“ (Bauer 1990, S. 6),
2. Gegenstandsreflexion d.h. die „Reflexion über Entwicklungslinien, Strukturmerkmale, Erscheinungsformen, Grundlagenfragen der Mathematik. Die Reflexion richtet sich auf das Wesen der Disziplin Mathematik.“ (Bauer 1990, S. 6),
3. Bedeutungs- und Sinnreflexion, d.h. „Reflexion über Möglichkeiten und Grenzen mathematischen Denkens, über die Bedeutung der Mathematik und über den Sinn einer Beschäftigung mit Mathematik. Im Zentrum stehen dabei Bedeutungseinheiten, Zweckbezüge, Sinn-

zuschreibungen." (Bauer 1990, S. 6),

4. Selbstreflexion, d.h. Reflexion über die Bedeutung des Gegenstandes Mathematik für die eigene Person. Um die Selbstreflexion der Lernenden anzuregen und zu unterstützen, soll die Lehrperson „dem Schüler dabei helfen, mathematische Aktivitäten und Leistungen als potentiell eigene Fähigkeiten zu erkennen und in mathematischen Begriffen und Verfahren eigene Denkansätze und Denkmuster wiederzuentdecken." (Bauer 1988, S. 247)

Während die Inhaltsreflexion auf mathematische Kompetenz im engeren Sinne zielt, beziehen sich Gegenstands- und Sinnreflexion auf das Wesen der Mathematik und ihren spezifischen Beitrag zur Beschreibung der Welt. Für die Integration mathematischer Denkweisen in das eigene Denken ist vor allem die Selbstreflexion zentral. Folgt man Bauer in der Argumentation, dass die Lernenden die Bedeutung der Mathematik für sich selbst dann besser erfahren können, wenn sie die eigenen Denkmuster und Denkansätze in den mathematischen Verfahren wiederfinden, so sollten die mathematischen Denkhandlungen als spezifische Ausformung allgemeiner Denkhandlungen thematisiert werden. Werden dabei Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen mathematischen Denkweisen und allgemeinem Denken in den Blick genommen, können sich die Lernenden damit auseinandersetzen, inwieweit Analogien zwischen ihrem Denken in allgemein lebensweltlichen Bereichen und mathematischem Denken bestehen und wie sie dies beim mathematischen Handeln fruchtbar machen können. Damit eröffnen sich den Lernenden auch Perspektiven, wie sie die Mathematik zur Lösung lebensweltlicher Probleme heranziehen können (vgl. Lengnink/Peschek 2001).

Ein Ansatz, der die Reflexion mathematischen Handelns in Hinblick auf seine Verbindungen zu allgemeinen Denk- und Handlungsweisen als wichtigen Bestandteil des Lernens versteht, wird in Lengnink/Prediger 2000 vorgestellt. Dort werden an den Inhalten der Linearen Algebra (als Hochschulveranstaltung) exemplarisch Gemeinsamkeiten und Unterschiede des Denkens innerhalb der Mathematik und in vertrauten außermathematischen Bereichen analysiert sowie diskutiert, in welchem Rahmen dies Gegenstand des Lernens sein sollte.

Zwar gibt es keine einfachen Methoden zum Anleiten von Reflexion, gleichwohl kann die Lehrperson Reflexion anregen, initiieren und stimulieren. Es sollten daher geeignete, konkrete Impulse zum Sprechen über Mathematik gegeben werden (einige mögliche Methoden werden in Neubrand 1990b und in Lengnink/Prediger 2000 vorgestellt). Aus den Konzepten zum interkulturellen Lernen kann man für das Unterstützen von Reflexionen zwei wichtige Grundsätze lernen: Zum einen sollten Reflexionen stets an konkrete Erfahrungen anknüpfen, zum anderen hat sich das bewusste Umgehen von Schwierigkeiten als schädlich herausgestellt. Beides soll im Folgenden erläutert werden.

1. Keine Angst vor Schwierigkeiten – Harmoniewahn ist schädlich

Der erste Grundsatz aus Konzepten zum interkulturellen Lernen zielt auf den Abbau des „Harmoniewahns", der viele Begegnungen im Lichte der angestrebten Völkerfreundschaft lange prägte. Dagegen argumentiert Lipiansky, Toleranz und Verständnis entstehe nicht durch Verneinung von Unterschieden, sondern durch Akzeptanz des Andersartigen (1996). Deshalb ist Vorurteils-Abbau als Fernziel zwar erstrebenswert, gleichwohl aber ein problematisches Ziel, denn es führt leicht zu einer harmonisierenden Negierung der Kulturunterschiede. Nicht der Hang zur Stereotypisierung blockiert die interkulturelle Auseinandersetzung, sondern vor allem die Neigung, jede Beobachtung sofort zu bewerten, statt sie auf ihre Zusammenhänge zu hinterfragen.

Deswegen sollte es in der Begegnung zunächst nicht um Annäherung und Finden von Gemeinsamkeiten gehen, sondern vorrangig um das Erkennen, Verstehen und Akzeptieren von kulturellen Unterschieden und ihrer Hintergründe. Gerade Konflikte können sehr fruchtbare Ausgangspunkte für lehrreiche Auseinandersetzungen über kulturelle Unterschiede und eine Sensibilisierung der Teilnehmer über deren Hintergründe sein (vgl. Haumersen/Liebe 1990, die anhand von vielen Beispielen Konflikte als Lernchancen beschreiben).

Einen ähnlichen Effekt wie den Harmoniewahn bei internationalen Begegnungen findet man, wie oben unter der Differenz- und Kontinuitätsannahme bereits andiskutiert, auch in der Mathematikdidaktik, in der zwecks leichterer Lernbarkeit die auftauchenden Brüche zwischen mathematischem und alltäglichem Denken oft durch didaktische Kunstgriffe geglättet werden, damit die Lernenden sich daran nicht reiben müssen. Nach allem bisher Gesagten ist diese Strategie für die Mathematik zwar verständlich, aber genauso unangemessen wie das Harmonisieren, um Konflikte zu vermeiden. Als Beispiel seien die Versuche genannt, die Einführung von Variablen so „schonend" zu gestalten, dass die Lernenden sich des Neuen an dieser mathematischen Idee gar nicht bewusst werden. Diese Schonungsversuche sind selten erfolgreich, da die Lernenden so weder die Kraft noch die Problematik des Umgangs mit Variablen erfahren und thematisieren können. Die Schwierigkeiten werden damit nur verschoben, und Sinnkrisen sind vorprogrammiert (vgl. Fischer/Malle 1985). Statt dessen sollten Variablen nicht nur in ihrer „ganz harmlosen" Platzhalterrolle thematisiert werden, sondern zunehmend als eigenständige Objekte, mit denen man regelgeleitet Operieren kann.

Einen empirischen Beleg für die Fruchtbarkeit der „Konfliktstrategie" liefert eine Studie von Swan, in der zwei methodische Zugänge zum Stoffgebiet „Dezimales Stellenwertsystem" in der Sekundarstufe 1 miteinander verglichen wurden. Die Konfliktstrategie ermutigte die Schüler/innen, Missverständnisse und Fehler zu machen, zu diskutieren und zu reflektieren, während im „positiven Zugang" Fehler möglichst ganz vermieden werden sollten. Die Ergebnisse zeigen, dass beide Methoden geeignet sind, Stellenwertsysteme zu lernen, die Konfliktstrategie aber Missverständnisse langfristig besser ausräumt (Swan 1983).

Gerade die Brüche zwischen mathematischem und alltäglichem Denken, die Unterschiede in den Herangehensweisen müssen thematisiert werden, wenn Lernerfolge über Mathematik als Orientierungssystem erzielt werden sollen. Und gerade die Irritationen, die bei den Lernenden entstehen, weil etwa ein mathematischer Begriff nicht so definiert ist, wie sie es erwarten würden, können fruchtbare Ausgangspunkte für mathematikphilosophische Lernprozesse bieten. Als winziges Beispiel sei der Begriff der mathematische Relation „senkrecht" (zwischen zwei Geraden o.ä.) genannt: Während „senkrecht" im Alltagsverständnis eine einstellige Relation ist, d.h. eine Eigenschaft einer Geraden, behandeln es die Mathematiker als zweistellige Relation und verallgemeinern auf diese Weise den Begriff. Was demjenigen, der daran gewöhnt ist, fast trivial vorkommt, ist für Schülerinnen und Schüler der fünften Klasse durchaus ein kurzes Verweilen wert, um zu erkennen, wie der alltägliche Begriff im anderen aufgeht, ohne ihn auszuschöpfen.

Als weiteres Beispiel für eine globalere Vorgehensweise seien die Unterschiede zwischen Beweisen in der Mathematik und schlüssigem Argumentieren in außermathematischen Bereichen genannt: Wird das deduzierende Beweisen als ideale Art des Argumentieren auch außerhalb der Mathematik vorgestellt, dessen Vollkommenheit nur durch die Inkompetenz der Menschen nie erreicht wird, so werden damit fundamentale Unterschiede verdeckt, von denen hier nur drei Aspekte eines breiten Spektrums angedeutet seien: erstens können in außermathematischen Bereichen die Axiome nur selten vollständig angegeben werden, da die reale Welt nicht vollständig erfassbar ist, daher kann (zweitens) immer nur im Hinblick auf bestimmte Zwecke schlüssig argumentiert werden, und drittens sind gewisse mathematische Schlussweisen, die sich durch das in der mathematischen Schlusslehre grundlegende Prinzip der Wahrheitserhaltung ergeben, etwa das Schließen beliebiger Konklusionen aus leeren Prämissen, in außermathematischen Bereichen nicht akzeptiert und umgekehrt (vgl. Read 1997). Gerade die zweite und dritte Differenz führen oft zu Blockaden bei den Lernenden, die den Zweck des mathematischen Beweisens für lokales Ordnen im Sinne der logischen Herleitbarkeit nicht verstehen können, solange die Unterschiede zwischen Begründen in außermathematischen Bereichen und Beweisen in der Mathematik nicht thematisiert werden (vgl. Lengnink/Peschek 2001).

Auf der elementareren Ebene des Lernens aus Fehlern ist dies in der didaktischen Diskussion bereits vielfältig thematisiert worden. Die Fehlerforschung hat gezeigt, dass Fehler oft systematisch begangen werden, weil sie auf Fehlvorstellungen beruhen, die ihre eigene innere Logik haben. Daher plädieren etwa Fischer und Malle für einen konstruktiven Umgang mit Schülerfehlern, um die Fehlvorstellungen bei den Lernenden durch explizites Thematisieren verändern zu können. Die Fehler aufzugreifen und dahinterliegende Fehlvorstellungen zu diskutieren, wird somit als Chance zum Lernen begriffen, die sich ohne das Auftauchen des Fehlers vielleicht gar nicht ergeben hätte (vgl. Fischer/Malle 1985, S. 76-84, Baruk 1989, sowie Gallin/Ruf 1998, S. 74ff).

Die hier formulierte Idee vom Ergreifen sich bietender Lernchancen wird in dem zweiten Grundsatz verstärkt und verallgemeinert:

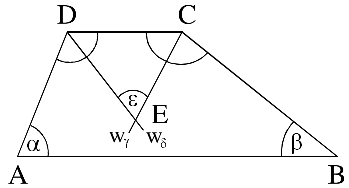
2. Lernen „vor Ort“ – Reflexionen an konkrete Situationen anknüpfen

Forschungen zu Bedingungen des Jugendaustauschs haben ergeben, dass „Theorie-Einheiten“ auf internationalen Begegnungen, in denen man versucht, ohne konkrete Anlässe die Wertvorstellungen des anderen Landes zu studieren, im Allgemeinen einen geringeren Lerneffekt erzielen als das situative Ausgehen von individuellen Erfahrungen der Teilnehmenden und die daran anknüpfende Thematisierung derjenigen Elemente der Kultur, die helfen können, das erlebte Phänomen zu verstehen (vgl. Thomas 1988, S. 15-76).

Ein ähnlicher Grundsatz ist auch für den Mathematikunterricht gewinnbringend: Nicht eigenständige Lerneinheiten zur Philosophie der Mathematik oder Wissenschaftstheorie, sondern ausgehend vom konkreten Unterrichtsstoff die dahinterliegenden zentralen Ideen, Denkweisen oder sonstigen Elemente des Orientierungssystems und ihre Bezüge zum Alltagsdenken zu thematisieren, sollte selbstverständlich sein. Stärker noch als bei interkulturellen Begegnungen ergeben sich für die Lehrperson natürlich durch die Auswahl des Unterrichtsstoffes Steuermöglichkeiten eines sonst sehr unplanbaren Lernprozesses.

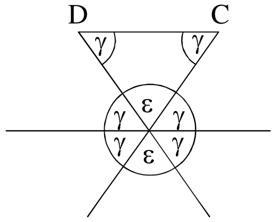
Wie dieses situationsgebundene Thematisieren von allgemeinen Fragestellungen möglich sein könnte, hat z.B. Lisa Hefendehl-Hebeker in zahlreichen Beispielen immer wieder angedeutet, in denen sie Unterrichtssituationen vorstellt, die stärker hätten ausgenutzt werden können, um den Prozess der Wissensbildung und grundlegende mathematische Ideen deutlich zu machen (vgl. etwa Hefendehl-Hebeker 1998a und b). Auch meiner eigenen Erfahrung nach ergeben sich in der täglichen Arbeit zahlreiche Möglichkeiten, selbst wenn es nicht immer gelingt, sie zu nutzen. Das Aufgreifen von Irritationen ist aber zumindest dort möglich, wo die Irritationen jedes Jahr wiederkehren und man sich deshalb darauf einstellen kann. So entsteht z.B. in jedem Lineare Algebra-Zyklus in den Anfangssemestern der Hochschule zu Beginn die Situation, dass sich die Studienanfänger/innen in ihrer Auseinandersetzung mit der Definition eines Vektorraumes irgendwann verzweifelt fragen: „Was ist denn nun ein Vektor?“. Diese Schwierigkeit bietet die Chance, über die axiomatisch-deduktive Methode zu sprechen, über den Wert von impliziten Definitionen, in denen nicht mehr gesagt wird, was ein Vektor ist, sondern nur, wie sie zueinander in Beziehung stehen, so dass man die Vektorraumtheorie auf unterschiedliche Strukturen anwenden kann.

Ein anderes Beispiel ist es wert, etwas ausführlicher erzählt zu werden: In einer achten Klasse wurde in Vorbereitung auf den Mathematik-Wettbewerb 1999/2000 des Landes Hessen folgende (Teil-) Aufgabe bearbeitet:



> Im Trapez ABCD mit AB || DC sind w_γ und w_δ die Winkelhalbierenden der Innenwinkel bei C und D. In einem entsprechenden Trapez sind $\varepsilon = 70°$ und das Dreieck DEC gleichschenklig mit |DC| = |DE|. Berechne α und β.

Eine Schülerin, Katherina, bot eine Lösung an, in der sie zuerst die Winkel γ mit Hilfe von ε bestimmte. Dazu malte sie sich nebenstehende Skizze, nutzte Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkel und argumentierte schließlich



$4\,\gamma + 2\,\varepsilon = 4\,\gamma + 2 \cdot 70° = 360°$,

folglich $\gamma = \frac{1}{4}\,(360° - 140°) = 55°$.

Damit konnte sie dann, wiederum über Stufenwinkel, auch α und β bestimmen. Während der Lehrer beim Vorstellen dieser Lösung immer unruhiger auf dem Stuhl hin- und herrutschte und ständig vor sich hinmurmelte, wie umständlich und unmöglich dies sei, ergriff die unterrichtende Studentin die Gelegenheit und fragte nicht nur nach anderen Lösungen (die natürlich einfacher waren, weil sie den Winkelsummensatz im Dreieck benutzten), sondern auch nach ihren Zusammenhang zu Katherinas Lösung. Dadurch bot sich ein sehr schönes, lehrreiches Gespräch darüber, dass in Katherinas Lösung der Beweis des Winkelsummensatzes im Grunde gleich mitgeliefert wurde. Während die Schüler nun diskutierten, welches die schönere Lösung sei, begriffen sie, dass manche Sätze nur andere Begriffe und Sätze kondensieren, d.h. in unserem Beispiel, dass der Winkelsummensatz nicht nur auf den Stufen- und Scheitelwinkeln basiert, sondern Argumentationen mit diesen Begriffen für Spezialfälle (wenn nämlich Dreiecke im Spiel sind) wie ein Macro vereinfacht, das verschiedene Prozeduren zusammenfasst. Viele Argumentationen lassen sich am Dreieck mit Hilfe des Winkelsummensatzes führen, meistens sind sie eleganter als die mit Stufen- und Scheitelwinkeln, doch alles ginge auch „zu Fuß“. Weit über die Ebene des bewussten Handwerkens hinaus haben die Schüler hier über die Bedeutung von Sätzen im Theorieaufbau reflektiert, was ohne die gebotene Chance durch Katherinas etwas umständliche Lösung nicht möglich gewesen wäre.

Hier wird deutlich, dass es nicht immer um die Reflexion der „großen Fragen“ gehen muss. Anzustreben ist statt dessen der Aufbau einer Reflexionskultur, die jeden Schritt des Lernens und mathematischen Handelns im Unterricht begleitet und so im Kleinen ansetzen kann. Sie kann z.B. etabliert werden durch die regelmäßige Rückschau auf die Lösung von Aufgaben, wie sie schon von Polya gefordert wurde (1949), durch das Thematisieren gerade gelernter Begriffe und das Aufgreifen konkreter Schwierigkeiten in der jeweiligen Unterrichtssituation. Eine wichtige Hilfe dazu können reflexionsstimulierende Aufgaben sein, wie sie aktuell im Rahmen der Projekte zur Weiterentwicklung der

Unterrichtskultur (vgl. etwa Henn 1999) entwickelt werden. Insgesamt können nur durch den Aufbau einer Reflexionskultur im Kleinen das Lernen und Reflektieren möglichst organisch ineinander greifen und einander gegenseitig befruchten, ohne dass Reflexionen als Überforderung oder nicht zum Stoff gehörige Exkurse empfunden werden.

Ein solches Anregen zur Reflexion, die von den konkret erlebten Situationen ausgeht, setzt bei den Betreuenden - sowohl bei interkulturellen Begegnungen als auch im Mathematikunterricht - allerdings die Fähigkeit zu intensiven Situationsanalysen voraus, für die ein Hintergrundwissen über die verschiedenen Kulturstandards benötigt wird. Die Mathematiklehrenden können ein solches Hintergrundwissen nur durch eine aktive Auseinandersetzung mit den im ersten Abschnitt beschriebenen Aspekten der Mathematik als Kultur erwerben. Das so geschaffene mathematikphilosophische und wissenschaftstheoretische Fundament bildet eine Hintergrundtheorie für das Unterrichten, das niemals als solches Unterrichtsinhalt werden kann, sondern einer didaktischen Transformation auf das jeweilige Schülerniveau bedarf. Hefendehl-Hebeker spricht in diesem Zusammenhang von einem didaktisch sensiblen Mathematikverständnis, das zukünftige Lehrende in Rahmen ihrer Ausbildung erwerben sollten (1998a). Auch Wissen über Mechanismen des Lernens kann der Lehrperson helfen, auf Lernschwierigkeiten und Fehler sensibel zu reagieren und aus einer Situation den thematisierungswerten Kern herauszuschälen.

5. Mathematiklernen als interkulturelles Lernen in einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht – Fazit und Ausblick

Ausgangspunkt dieses Artikels war die Zielvorstellung der Mathematik „als Schule des Denkens", die aber in ein umfassenderes Allgemeinbildungskonzept eingeordnet werden sollte. So gehört dieser Aspekt für Heymann zur allgemeinbildenden Aufgabe der „Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch", und er bilanziert seine Auseinandersetzung um die Frage, wie Mathematikunterricht zum Gebrauch kritischer Vernunft beitragen könne, mit der Forderung, die Schüler/innen sollten erfahren, „daß und wie sich die Mathematik als ‚Verstärker' ihres Alltagsdenkens einsetzen läßt" (1996, S. 206).

Über das hier entwickelte Verständnis der Mathematik als Orientierungssystem ist dieser Aspekt in dem hier vorgestellten Ansatz unmittelbar verknüpft mit der allgemeinbildenden Aufgabe der „Stiftung kultureller Kohärenz" (Heymann 1996): Mathematik ist nicht nur Verstärker des Alltagsdenkens, sondern ein eigenes Orientierungssystem, das durch seine spezifische Hochstilisierung allgemeiner Denk- und Wahrnehmungsmuster auch einige Brüche zu diesen aufweist. Ein Mathematikunterricht, der Mathematik als eigenes Orientierungssystem erfahrbar macht und auf seine Möglichkeiten und Grenzen reflektiert, leistet einen wesentlichen Beitrag zur Auseinandersetzung mit der Mathematik als wichtiger Teilkultur unserer naturwissenschaftlich-technologisch geprägten Welt. Er trägt somit zum Aufbau einer reflektierten kulturellen Identität bei, die für den synchronen Aspekt der Stiftung kultureller Kohärenz eine entscheidende Rolle spielt. Die hier ausführlich diskutierte Forderung, Mathematiklernen solle über die Aneignung von bloßen Kenntnissen über die (Teil-)Kultur Mathematik hinausgehen, indem die Lernenden sich Teile des Orientierungssystems zu eigen machen und in ihr eigenes Weltbild integrieren, findet sich bei Heymann unter der allgemeinbildenden Aufgabe der Weltorientierung, womit er Erweiterungen des Wahrnehmungs- und Urteilshorizonts ebenso meint wie Ordnung der eigenen Vorstellungen und insgesamt den Aufbau eines differenzierten individuellen

Weltbildes.

Somit erweist sich der didaktische Ansatz des Mathematiklernens als interkulturellen Lernens als Möglichkeit, drei der sieben Heymann'schen allgemeinbildenden Aufgaben des Mathematikunterrichts durch das Konzept des Orientierungssystems intensiv zu vernetzen und miteinander zu verschränken. Die bei Heymann zunächst rein pädagogisch begründeten Ziele erhalten so eine solide mathematikphilosophische Fundierung, die kohärent mit dem Heymann'schen Gesamtkonzept ist, dort aber nur singulär ausgearbeitet wurde. Dennoch kann dieses Leitbild natürlich nicht alles abdecken, was für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht von Relevanz ist. Zwar ist das Leitbild auch mit den anderen allgemeinbildenden Aufgaben Lebensvorbereitung, Stärkung des Schüler-Ichs, Einübung von Kooperation und Verständigung sowie Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft durchaus vereinbar, es müssen aber weitere Schwerpunkte im didaktischen Grundkonzept gesetzt werden, die mit dem Grundgedanken dieses Artikels nur partiell erfasst werden konnten und sollten. Wie jeder didaktische Denkansatz muss sich also auch die Idee des Mathematiklernens als interkulturelles Lernen in ein umfassenderes, vielschichtigeres Grundkonzept einbetten und darf nicht verabsolutiert werden.

Gleichwohl hofft die Autorin, die Lesenden von der Fruchtbarkeit des didaktischen Ansatzes vom Mathematiklernen als interkulturellem Lernen überzeugt zu haben. Das Leitbild des Mathematiklernens als interkulturelles Lernen erweist sich nicht nur auf der normativen Ebene als ergiebig, auch auf der methodischen Ebene hat sich gezeigt, dass sich durch die Analogie zum interkulturellen Lernen hilfreiche methodisch-didaktische Prinzipien ergeben können. Weiter auszuarbeiten ist die konstruktive Ebene, d.h. es müssen Unterrichtsvorschläge ausgearbeitet und evaluiert werden, die den entwikkelten Zielen und Vorstellungen gerecht werden. Dazu sollten im Sinne einer didaktischen Analyse das Spezifische der mathematischen Brille stärker herausgearbeitet und mathematische Begriffe und Denkweisen in Hinblick auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu Alltagsdenkweisen weiter untersucht werden.

Eine Stärke des Ansatzes sehe ich darin, dass er dem gegenwärtigen Verständnis der Mathematikphilosophie von Mathematik als Kultur Rechnung trägt und somit die immer wieder geforderte mathematikphilosophische Grundlage der Mathematikdidaktik ernst nimmt (vgl. Steiner 1989). Deswegen bin ich zunehmend davon überzeugt, dass es sich bei der Auffassung vom Mathematiklernen als interkulturellem Lernen um mehr handeln kann als um eine strukturelle Analogie, die aus dem Transferproblem motiviert wurde. Insbesondere ermöglicht diese Auffassung, eine konstruktivistische Sicht vom Lernen mit der Tatsache zu vereinen, dass Mathematik den Schülern als bestehendes Phänomen gegenüber tritt (ausgeführt wird dies in Prediger 2001a).

Dieser Gedanke verlässt die normative und präskriptive Ebene und zielt zunächst auf das Verstehen und Beschreiben mathematischer Lernprozesse: Unabhängig davon, wie Mathematikunterricht tatsächlich gestaltet wird, kann er sich gar nicht losgelöst von der alltäglichen Denkkultur vollziehen, denn Lernende bringen beim Erwerb der mathematischen Kultur ihre alltagsweltliche Prägung immer mit ein. Zwar werden in der interpretativen Unterrichtsforschung individuelle Vorprägungen durch Mathematikunterricht bereits untersucht (etwa mittels des Begriffs der Subjektiven Erfahrungsbereiche, vgl. Bauersfeld 1983), wenig Beachtung wurde bisher jedoch dem Phänomen geschenkt, dass sich Mathematiklernen immer in der kulturellen Überschneidungssituation von Alltagskultur und mathematischer Kultur abspielt, die nicht nur subjektive, sondern auch starke intersubjektive, soziale Komponenten hat (vgl. Prediger 2001b). Um die Auffassung vom Mathematiklernen als interkulturellen Lernen auch als deskriptive Theorie entwickeln zu können, sollten daher (auch als Grundlage für die didaktisch-konstruktive Arbeit) empirische Untersuchungen angestellt werden, in denen Lernprozesse im Mathematikunterricht im Hinblick auf die kulturellen Überschneidungssituationen beim Lernen sorgfältig analysiert werden. Damit könnten auftauchende Störungen besser verstanden werden, die sich aus Diskrepanzen zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken ergeben.

Literatur

Asselborn, W. u.a. (1998): Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung an der Schwelle zu einem neuen Jahrhundert, in: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 66, S. 26-40.

Barton, Bill (1999): Ethnomathematics and Philosophy, in: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 3, S. 54-58.

Baruk, Stella (1989): Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik, Birkhäuser, Basel.

Bauer, Ludwig (1988): Mathematik und Subjekt: eine Studie über pädagogisch-didaktische Grundkategorien und Lernprozesse im Unterricht, Dt. Universitätsverlag, Wiesbaden.

Bauer, Ludwig (1990): Mathematikunterricht und Reflexion, in: mathematik lehren 38, S. 6-9.

Bauersfeld, Heinrich (1983): Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens, in: ders. u.a..: Lernen und Lehren von Mathematik, Aulis, Köln, S. 1-56.

Baumert, Jürgen u.a. (1999): Internationales und nationales Rahmenkonzept für die Erfassung von mathematischer Kompetenz in PISA, Arbeitspapier, Max-Planck-Institut für Bildungs- forschung, Berlin.

Bishop, Alan J. (1988): Mathematical enculturation. A cultural perspective on mathematics education, Kluwer Academic Publ., Dordrecht.

Borrelli, Michele (1986) (Hrsg.): Interkulturelle Pädagogik. Positionen - Kontroversen – Perspektiven, Burgbücherei Schneider, Baltmannsweiler.

Breitenbach, Diether (1979): Kommunikationsbarrieren in der Internationalen Jugendarbeit: Ergebnisse und Empfehlungen, in: ders. (Hrsg.): Kommunikationsbarrieren in der Internationalen Jugendarbeit. Forschungsprojekt im Auftrag des Bundesministers für Jugend, Familien und Gesundheit, Band 5, Saarbrücken, S. 11-65.

Burton, Leone (1998): The practices of mathematicians: What do they tell us about coming to know mathematics?, in: Educational Studies in Mathematics 37 (2), S. 121-143.

Ernest, Paul (1998): Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics, State University of New York Press, New York.

Expertenkommission (1985): Weiterentwicklung der Prinzipien der gymnasialen Oberstufe und des Abitur. Abschlußbericht der von der Kultusministerkonferenz eingesetzten Expertenkommission, KMK, Bonn.

Fischer, Roland (1982): Einige Ansätze zur Philosophie im Mathematikunterricht, in: Steiner, Hans-Georg (Hrsg.): Mathematik – Philosophie – Bildung, Aulis, Köln, S. 198-209.

Fischer, Roland (1988): Mittel und System. Zur sozialen Relevanz der Mathematik, in: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 20 (1), S. 20-28.

Fischer, Roland (1998): Technologie, Mathematik und Bewußtsein der Gesellschaft, in: Kadunz, Gerd u.a. (Hrsg.): Mathematische Bildung und neue Technologien, Teubner, Stuttgart / Leipzig, S. 85-101.

Fischer, Roland / Malle, Günther (1985): Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln, BI Wissenschaftsverlag, Mannheim / Wien.

Freudenthal, Hans (1973): Mathematik als pädagogische Aufgabe, Bd. 1, Klett Verlag, Stuttgart.

Gallin, Peter / Ruf, Urs (1998): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz, Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung, Seelze.

Gallin, Peter / Ruf, Urs (1994): Ein Unterricht mit Kernideen und Reisetagebuch, in: mathematik lehren 64, S. 51-57.

Haumersen, Petra / Liebe, Frank (1990): Eine schwierige Utopie. Der Prozeß interkulturellen Lernens in deutsch-französischen Begegnungen, Berlin.

Hefendehl-Hebeker, Lisa (1998a): Aspekte eines didaktisch sensiblen Mathematikverständnisses, in: Mathematische Semesterberichte 45, S. 189-206.

Hefendehl-Hebeker, Lisa (1998b): Mathematik erleben zwischen Faszination und Fremdheit, in: mathematik lehren 86, S. 4-7.

Henn, Hans-Wolfgang (1999) (Hrsg.): Mathematikunterricht im Aufbruch. Zum Projekt „Weiterentwicklung der Unterrichtskultur im Fach Mathematik“ des Kultusministeriums Baden-Württemberg, Landesinstitut für Erziehung und Unterricht Stuttgart, Schroedel, Hannover.

Hersh, Reuben (1997): What is mathematics, really? Oxford University Press, Oxford.

Heymann, Hans Werner (1996): Allgemeinbildung und Mathematikunterricht, Beltz Verlag, Weinheim / Basel.

Heintz, Bettina (2000): Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin, Springer, Wien / New York.

Keitel, Christine / Gellert, Uwe / Jablonka, Eva / Müller, Mirjam (1995) (Hrsg.): Mathematics (Education) and Common Sense. The Challenge of Social Change and Technological Development, Proccedings of the 47th CIEAEM Meeting, FU Berlin.

Krämer, Sybille (1988): Symbolische Maschinen. Die Idee der Formalisierung im geschichtlichen Abriß, Wiss. Buchgesellschaft, Darmstadt.

Lakatos, Imre (1979): Beweise und Widerlegungen. Die Logik mathematischer Entdeckungen, Vieweg, Braunschweig.

Lengnink, Katja / Peschek, Werner (2001): Das Verhältnis von Alltagsdenken und mathematischem Denken als Inhalt mathematischer Bildung, in: Heymann, Hans Werner u.a. (Hrsg.): Mathematik und Mensch, Verlag Allgemeine Wissenschaft, Darmstadt.

Lengnink, Katja / Prediger, Susanne (2000): Mathematisches Denken in der Linearen Algebra, in: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 32 (4), S. 111-122.

Lenné, Helge (1969): Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland, Klett Verlag, Stuttgart.

Lipiansky, Marc (1996): Heißt interkulturelle Ausbildung Bekämpfung von Stereotypen und Vorurteilen? Arbeitstexte des Deutsch-Französischen Jugendwerks Nr. 14, Bad Honnef.

Müller, Werner (1987): Von der „Völkerverständigung“ zum „Interkulturellen Lernen“. Die Entwicklung des Internationalen Jugendaustauschs in der BRD, Starnberg.

Neubrand, Michael (1990a): Über Mathematik sprechen Möglichkeiten und Beispiele aus der Analysis, in: Glatfeld, Martin (Hrsg.): Finden, Erfinden, Lernen – zum Umgang mit Mathematik unter heuristischem Aspekt, Lang, Frankfurt am Main, S. 62-83.

Neubrand, Michael (1990b): Stoffvermittlung und Reflexion: Mögliche Verbindungen im Mathematikunterricht, in: Mathematica Didactica 13 (1), S. 21-48.

Nunes, Terezinh / Schliemann, A.D. / Carraker, D.W. (1993): Street mathematics and school mathematics, Cambridge University Press, New York.

Polya, Georg (1949): Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme, Francke, Bern.

Prediger, Susanne (2001a): Mathematik als kulturelles Produkt menschlicher Denktätigkeit und ihr Bezug zum Individuum, in: Heymann, Hans Werner u.a. (Hrsg.): Mathematik und Mensch, Verlag Allgemeine Wissenschaft, Darmstadt.

Prediger, Susanne (2001b): Auf der Suche nach einer tragfähigen Auffassung vom Mathematiklernen, in: Beiträge zum Mathematikunterricht.

Read, Stephen (1997): Philosophie der Logik. Eine Einführung, Rowohlt Verlag, Hamburg.

Restivo, Sal / van Bendegem, Jean Paul / Fischer, Roland (1993) (Hrsg.): Math Worlds. Philosophical and Social Studies of Mathematics and Mathematics Education, State University of New York Press, New York.

Schroeder, Joachim (2000): Mathematik, in: Reich, Hans / Holzbrecher, Alfred / Roth, Hans-Joachim (Hrsg.): Fachdidaktik interkulturell. Ein Handbuch, Leske + Budrich, Opladen, S. 451-468.

Sjuts, Johann (1999): Mathematik als Werkzeug zur Wissensrepräsentation. Theoretische Einordnung, konzeptionelle Abgrenzung und interpretative Auswertung eines kognitions- und konstruktivismusgeleiteten Mathematikunterrichts, Schriftenreihe des Forschungsinstituts für Mathematikdidaktik, Osnabrück.

Steiner, Hans-Georg (1976) : Zur Methodik des mathematisierenden Unterrichts, in: Willibald Dörfler / Roland Fischer (Hrsg.): Anwendungsorientierte Mathematik in der Sekundarstufe II, Verlag Johannes Heyn, Klagenfurt, S. 211-246.

Steiner, Hans-Georg (1989): Philosophische und epistemologische Aspekte der Mathematik und ihr Einfluß auf den Mathematikunterricht, in: Mathematische Semesterberichte 36 (1), S. 47-60.

Swan, Malcolm (1983): Teaching decimal place value. A comparative study of 'conflict' and 'positive only' approaches, Shell Centre for Mathematical Education, Nottingham University.

Thiel, Christian (1995): Philosophie und Mathematik. Eine Einführung in ihre Wechselwirkungen und in die Philosophie der Mathematik, Wiss. Buchgesellschaft, Darmstadt.

Thomas, Alexander (1988) (Hrsg.): Interkulturelles Lernen im Schüleraustausch, Saarbrücken.

Treuheit, Werner / Janssen, Bernd / Otten, Hendrik (1990): Bildung für Europa: Interkulturelles Lernen in Jugendbegegnungen, Bonn.

Tymoczko, Thomas (1985) (Hrsg.): New Directions in the Philosophy of Mathematics. An Anthology, Birkhäuser, Boston / Basel.

Wheatley, Grayson H. (1992): The Role of Reflection in Mathematics Learning, in: Educational Studies in Mathematics 23, S. 429-541.

Wilder, Raymond L. (1981): Mathematics as a cultural system, Pergamon Press, Oxford et al.

Wille, Rudolf (1995): Allgemeine Mathematik als Bildungskonzept für die Schule, in: Rolf Biehler u.a. (Hrsg.): Mathematik allgemeinbildend unterrichten, Aulis, Köln, S. 41-55.

Winter, Heinrich (1972): Vorstellungen zur Entwicklung von Curricula für den Mathematikunterricht in der Gesamtschule, in: Kultusministerium NRW (Hrsg.): Beiträge zum Lernzielproblem, Henn Verlag, Ratingen, S.67-95.

Anschrift der Autorin: Dr. Susanne Prediger, Arbeitsgruppe Didaktik der Mathematik, Fachbereich Mathematik, TU Darmstadt, Schlossgartenstraße 7, D-64289 Darmstadt; email: prediger@mathematik.tu-darmstadt.de