Lebendiges Mathematiklernen:
Der Blick der Themenzentrierten Interaktion auf die Mathematikdidaktik

Katja Lengnink / Susanne Prediger

Im didaktischen Teil der Lehrerausbildung ergibt sich oft eine große Diskrepanz zwischen dem Bestreben der Lehrenden, den Studierenden die Wissenschaft Didaktik mit ihren theoretischen Ansätzen und grundsätzlichen Fragestellungen nahezubringen (soweit sie als theoretischer Hintergrund für die spätere Tätigkeit als Lehrperson hilfreich ist), und der Erwartung der Lernenden, in ihrem insgesamt schon so praxisfernen Studium wenigstens in der Didaktik etwas unmittelbar Unterrichtsrelevantes lernen zu können. Und auch denen, die sich auf eine theoretische Betrachtung von Lehr- und Lernprozessen einlassen wollen, fällt es schwer, die vielen unterschiedlichen Fragestellungen der Mathematikdidaktik so in eine sinnvolle Ordnung zu bringen, daß sich die zahlreichen Einzelfragen in ein Gesamtbild integrieren lassen.

Aus Sicht der Autorinnen bietet die Themenzentrierte Interaktion (TZI) durch ihr ganzheitliches Verständnis von Lehr- und Lernsituationen eine überzeugende, vielschichtige Grundkonzeption, von der ausgehend sich zentrale Teile der Mathematikdidaktik erschließen lassen. Dieser Blickwinkel hat sich sowohl in der Lehre der Didaktik (in einem fachdidaktischen Seminar „Mathematiklernen mit TZI“, vgl. LENGNINK/HEGER/PREDIGER 1998) als auch zur Einordnung der mathematikdidaktischen Forschungslandschaft als fruchtbar erwiesen.

Im folgenden werden wir, nach einer knappen Vorstellung der Konzeption der TZI (Kapitel 1), die einzelnen Teile der Konzeption zum Ausgangspunkt nehmen, um zentrale Fragen und Ergebnisse der Mathematikdidaktik zu diskutieren (Kapitel 2). Wie TZI darüber hinaus auch direkt für das Mathematiklehren fruchtbar gemacht werden kann, soll in Kapitel 3 kurz angedeutet werden.

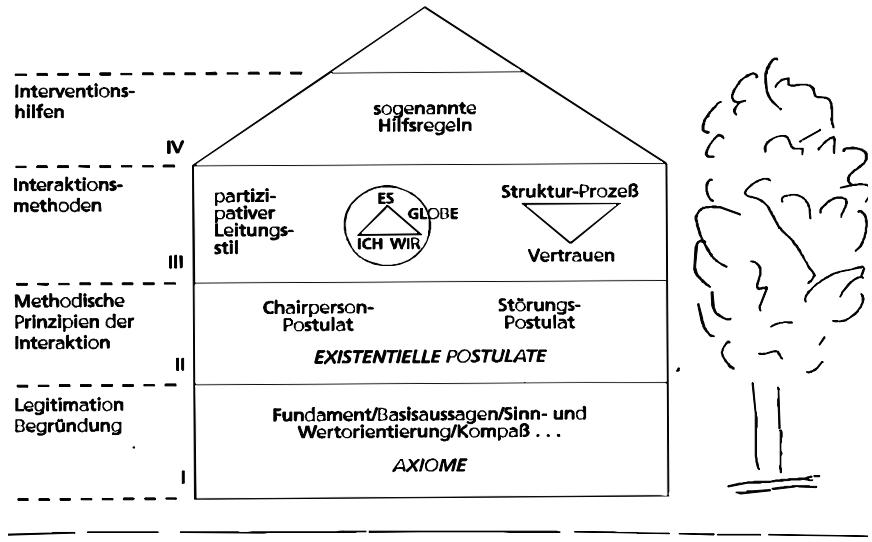
1. TZI als vielschichtiges Konzept

Die Themenzentrierte Interaktion ist ein Konzept für Kommunikation und Kooperation in Gruppen, das auf aktives, schöpferisches und entdeckendes Lernen, kurz „Lebendiges Lernen“ und Arbeiten ausgerichtet ist. Ursprünglich wurde dieses in der humanistischen Psychologie verankerte Konzept von Ruth Cohn aus gruppentherapeutischen Methoden entwickelt, seit Jahren wird es jedoch auch für die Gestaltung von Lernprozessen in Schulen und Hochschulen fruchtbar gemacht, wie zahlreiche Veröffentlichungen zeigen, etwa COHN/TERFURTH 1993 und PORTELE/HEGER 1995.

Es handelt sich dabei um eine ausgesprochen vielschichtige Konzeption, die Gruppen- und Kommunikationsprozesse nicht nur auf sehr unterschiedlichen Ebenen in den Blick nimmt, sondern diese verschiedenen Ebenen auch konsequent aufeinander bezieht: von hilfreichen Spielregeln für Interaktionssituationen über methodische Grundprinzipien bis zu einer sorgfältig durchdachten anthropologischen Grundlage und Wertebasis. Paul Matzdorf hat dies in seinem „TZI-Haus“ beschrieben, einem Schichtenmodell mit mehreren Stockwerken (siehe nächste Seite). Die Stockwerke werden durch die unterschiedlichen Fragen bestimmt, die an ein didaktisches Handlungskonzept zu stellen sind (vgl. MATZDORF 1993):

Das Fundament eines solchen Hauses sollte Antworten geben auf die Frage nach der Sinnhaftigkeit und Wertorientierung der Ziele. Eine solche theoretische Begründung des gesamten Konzeptes bieten in der TZI die sogenannten *Axiome*, in denen die humanistisch-holistischen Grundsätze formuliert werden.

Auf der nächsten Ebene wird nach den Grundprinzipien gefragt, die das Handeln leiten. Für die TZI sind solche methodische Grundprinzipien durch das *Chairperson-Postulat* („Sei deine eigene Chairperson!“)



Das TZI-Haus von Matzdorf (S.339)

und das *Störungspostulat* („Störungen und Betroffenheiten haben Vorrang.“) gegeben. Diese Grundsätze und Grundprinzipien prägen die Handlungsmethoden, die in der TZI durch die zentralen Modelle des *partizipativen Leitungsstils* und der *Dynamischen Balance* beschrieben werden, die ein Gleichgewicht zwischen personen-, gruppen- und sachbezogenen Komponenten von Gruppenprozessen fordert. Im obersten Stockwerk des Hauses werden schließlich konkrete Techniken und Einzelverfahren als Kommunikations- und Interventionshilfen gegeben, die sogenannten *Hilfsregeln* (vgl. MATZDORF 1993, S. 332 - 343).

Die meisten Elemente lassen sich besser im Zusammenhang mit den Konsequenzen vorstellen, die wir daraus für die Reflexion über Mathematiklernen vorschlagen, daher werden sie in den folgenden Abschnitten weiter erläutert.

2. Mathematikdidaktik aus der Perspektive der TZI

2.1. Das Modell der Dynamischen Balance

Ein Ausgangspunkt, um sich Fragen des Mathematikunterrichts zu nähern, ist das für die TZI zentrale Prinzip der *Dynamischen Balance*. In ihm wird davon ausgegangen, daß jede Gruppe durch vier Faktoren bestimmt ist: die Personen (ICH), die Gruppeninteraktion (WIR), der Sachinhalt (ES) und das Umfeld im engeren und weiteren Sinne (GLOBE). Die Komponenten werden symbolisch durch ein gleichseitiges Dreieck mit den Eckpunkten ICH, WIR, ES veranschaulicht, das von einer transparenten Kugel, dem GLOBE, umgeben wird (vgl. ausführlicher MATZDORF 1993, S. 369 ff). Schon der Name *Themenzentrierte Interaktion* weist darauf hin, daß für die Gruppenbildung und für ihr gemeinsames Arbeiten das Thema von besonderer Bedeutung ist.

> „Das ES einer Gruppe hat die Funktion zwischen Person und Person sowie zwischen Personen und Umwelt zu vermitteln.“ (MATZDORF 1993, S. 379)

Weiterhin beruht TZI auf der Arbeitshypothese, daß der gegenseitige Einfluß von Gruppe und Umfeld stets beachtet werden muß und die genannten vier Faktoren als gleichgewichtig angesehen werden sollen. Dabei muß nicht zu jedem Zeitpunkt allen vier Faktoren in gleichem Maß Raum gegeben werden, doch im Ganzen soll sich im Unterrichtsprozeß eine *Dynamische Balance* einstellen.

Will man als Lehrender im Mathematikunterricht ein solches Gleichgewicht herstellen, so muß man sich zunächst mit jeder der einzelnen Komponenten beschäftigen. Dies liefert eine erste, durchaus übliche Ein-

ordnung der verschiedenen mathematikdidaktischen Gebiete und Fragestellungen sowie der Bezugsdisziplinen, die vorrangig entweder die Sachinhalte des Mathematikunterrichts („Stoffdidaktik“ und Fachmathematik), die Individuen („pädagogische Didaktik“, Lern- und Entwicklungspsychologie, Pädagogik u.ä.), die Interaktionen (Interaktionsanalysen in der Mathematikdidaktik, Sozialpsychologie, Kommunikationstheorie, Pädagogik etc.) oder die Rahmenbedingungen (Philosophie der Mathematik, Bildungssoziologie, aber auch z. B. Mediendidaktik u.v.m.) in den Blick nehmen (zur Einordnung der verschiedenen Didaktik-Disziplinen vgl. etwa STEINBRING 1998, VOIGT 1995).
Dabei haben sowohl mathematikdidaktische Arbeiten der konstruktiven als auch der empirisch-analytischen Ausrichtung eine wichtige Funktion: Während die Arbeiten der konstruktiven Ausrichtungen wichtige Vorschläge und Orientierungen für eine Umsetzung im Unterricht liefern, ist eine Auseinandersetzung mit Fragestellungen der empirisch-analytischen Forschung wichtig für eine Sensibilisierung in Hinblick auf die Vielschichtigkeit von individuellen Lern- und Verstehensprozessen. Eine sensible Wahrnehmung ist unabdingbare Voraussetzung für die Herstellung einer Balance zwischen ICH, WIR und ES innerhalb des GLOBES (dahinter steht das Leitbild einer forschenden Lehrperson, vgl. dazu FISCHER/MALLE 1985, S. 6)

Das Modell der *Dynamischen Balance* soll jedoch nicht nur zum Einordnen der bestehenden Methoden und Ergebnisse didaktischer Forschung dienen, sondern es kann insbesondere Ausgangspunkt sein, um sich eigene Fragestellungen zum Lehren und Lernen von Mathematik zu erarbeiten. Dafür hat es sich als fruchtbar herausgestellt, nicht nur die Ecken des Dreiecks, sondern vor allem seine Kanten zu betrachten.
Ein zentraler Komplex von Fragestellungen zielt auf die Kante zwischen ICH und ES. Er läßt sich in der Frage zusammenfassen, wo das ICH in der Mathematik als objektive Wissenschaft bleibt. Die didaktische Forschung hat sich mit einem Teilbereich dieser Fragestellung bereits vielfältig beschäftigt, nämlich der Diskrepanz zwischen der Subjektivität des *Lernens* von Mathematik und der vermeintlichen Objektivität der mathematischen Stoffstruktur. Ludwig Bauer hat Komponenten mit subjektiv-individuellem Einschlag zusammengestellt, deren Einfluß auf den mathematischen Lernprozeß bereits untersucht worden sind (BAUER 1995). Er nennt dabei kognitive Strukturen in ihren individuellen Ausprägungen (Piaget u.a.), subjektive Erfahrungsbereiche (Bauersfeld u.a., vgl. MAIER/VOIGT 1991), individuelle Strategien beim Lösen von Aufgaben, inoffizielle, implizite Deutungen von Lernenden und vieles mehr. Den meisten von Bauer genannten Untersuchungsansätzen ist eine konstruktivistische Grundauffassung vom Lernen gemein, wonach Lernen sich nicht als passives „Abbilden“ fertiger Inhalte in die Köpfe von Lernenden vollziehen kann, sondern als aktives „Konstruieren“ auf der Grundlage individueller Erfahrungen und Einstellungen (vgl. FISCHER/MALLE 1985, S. 78, oder WATZLAWICK 1985 für den allgemeinen erkenntnistheoretischen Standpunkt).
Aus Sicht der Lernenden stellt sich die Frage nach der Verbindung von ICH und Sachinhalt stärker auf der Ebene des individuellen Bezugs bzw., negativ formuliert, des fehlenden Bezugs zum mathematischen Stoff. Oft wird die Mathematik im Unterricht als völlig sinnentleert und losgelöst von der Lebenswelt der Lernenden erlebt (vgl. etwa BARUK 1989), ein persönlicher Bezug läßt sich für sie nicht herstellen. Dies stellt eine erhebliche Störung dar, die viele Lernende beim Lernen von Mathematik blockiert. Auf diese Störungen einzugehen und sie ernst zu nehmen, ist eine wichtige Forderung der TZI, auf die wir im Zusammenhang mit dem *Störungspostulat* wieder zurückkommen werden.
Die Sinnfrage zielt weniger direkt auf die das Lernen beeinflussenden individuellen Faktoren, sondern stärker auf die Ausgangsfrage nach den Möglichkeiten eines individuellen Bezugs in der objektiven Wissenschaft Mathematik. Wie stark dies von dem Mathematikbild der Lehrenden abhängt, haben Fischer und Malle hervorgehoben:

> „Wir sind der Auffassung, daß Sinnfragen im Mathematikunterricht in zu geringem Ausmaß gestellt werden, wenn sie nicht überhaupt systematisch ausgeklammert werden. Eine Ursache sehen wir in einem Bild von Mathematik, das oft anzutreffen ist (insbesondere bei Lehrern) und so aussieht: Mathematik ist eine Menge von Definitionen, Sätzen und Verfahren, die alle sehr sicher und daher sehr bedeutend sind.“ (FISCHER/MALLE

1985, S. 11)

Welchen enormen Einfluß das Mathematikbild sowohl der Lehrenden als auch der Lernenden auf das Mathematiklernen hat, ist auch durch die Ländervergleiche im Rahmen der TIMS-Studie erneut offenbar geworden und wird in der Beliefs-Forschung wie folgt beschrieben:

„1. Die individuellen Einstellungen gegenüber Mathematik und Mathematikunterricht sind ein wesentlicher Einflußfaktor für mathematische Lehr- und Lernprozesse. Sie beschreiben, selbst wenn sie unbewußt sind, den Kontext, in dem Schüler die Mathematik sehen und betreiben. Sie haben einen Einfluß darauf, wie Schüler an mathematische Aufgaben und Probleme herangehen und Mathematik lernen.
2. Das in den Einstellungen der Schüler ausgedrückte Bild von Mathematik und Mathematikunterricht ist eine sehr präzise Reflexion des realen Mathematikunterrichts, weil Einstellungen in Lernprozessen erworben werden, in die die Umweltbedingungen wesentlich eingehen." (GRIGUTSCH/RAATZ/TÖRNER 1995, S. 2)

Fehlende Sinnbezüge für die Lernenden sind demnach ein Spiegel des realen Mathematikunterrichts bzw. des gesellschaftlichen Bildes von Mathematik. Hierin spiegelt sich jedoch die erkenntnistheoretische Frage wider, was Mathematik ist und welche Stellung ihr in unserer Welt zukommt. Um der Sinnlosigkeit im Mathematikunterricht zu begegnen, muß dem vorherrschenden Bild von der sicheren, fertigen Mathematik ein Bild von Mathematik als historisch-kulturell bedingtes Produkt menschlicher Tätigkeit entgegengesetzt werden, wie es Reuben Hersh überzeugend formuliert hat (vgl. HERSH 1997). Er setzt den klassischen Auffassungen von Mathematik, dem Platonismus auf der einen und Formalismus auf der anderen Seite, seine „humanistische Position" entgegen, nach der die Mathematik als ein Teil der menschlichen Kultur und Geschichte verstanden werden muß. Die mathematischen Objekte, Begriffe und Methoden werden als Antworten auf gewisse Problemstellungen in einem bestimmten kulturellen Kontext von Mathematikern entwickelt und gewinnen dann eine soziale Realität, d. h., sie existieren in dem kollektiven Bewußtsein der Gemeinschaft der Mathematiker. Geltungsanspruch gewinnt eine solche Mathematik nicht durch die Möglichkeit, absolute Wahrheiten zu ermitteln, sondern durch intersubjektive Auseinandersetzungen über die Angemessenheit der gebildeten Begriffe und Methoden für den anvisierten Zweck sowie die Folgerichtigkeit der angewandten Schlußweisen (vgl. dazu auch die Konzeption des sozialen Konstruktivismus, etwa ERNEST 1998).

Ein auf diesem Mathematikverständnis basierender Mathematikunterricht kann Mathematik sinnhaft vermitteln, wenn mathematische Begriffe und Methoden stets in Zusammenhang mit bestimmten Problemstellungen thematisiert werden und die kulturelle Relativität dieser Werkzeuge aufgezeigt wird. Neben dem Aneignen von Begriffen, Ideen und Verfahren wird so im gemeinsamen Gespräch ein Orientierungs- und Reflexionswissen aufgebaut, das das erworbene Verfügungswissen unbedingt ergänzen muß. In einer solchen Ausrichtung des mathematischen Arbeitens sehen wir auch ein wichtiges Korrektiv für das konstruktivistische Lernen: Die Ergebnisse der individuellen Auseinandersetzung der einzelnen Lernenden mit dem Sachinhalt wird durch Kommunikation mit der Lehrperson und den anderen Lernenden in einem interaktiven Prozeß intersubjektiv abgesichert, wobei Maßstab der Auseinandersetzung die Zweckmäßigkeit der Lösung in bezug auf das gegebene Problem sein muß. Oder, in der Sprache der *Dynamischen Balance*: Lernen findet nicht nur zwischen ICH und ES statt, sondern die Lernprozesse werden durch das WIR, in Interaktionen aneinander angeglichen. Auf der Kante zwischen WIR und ES ist das Wichtigste die Auseinandersetzung über die Zweckmäßigkeit der angewandten Mittel.

2.2 Der GLOBE und die gesellschaftliche Relevanz von Mathematik

Im letzten Abschnitt wurde der Begriff des GLOBE beim Besprechen der dynamischen Balance zunächst weitgehend ausgeklammert, daher soll er hier nun gesondert betrachtet werden. Unter dem Begriff des GLOBE wird in der Themenzentrierten Interaktion das Umfeld von Gruppensituationen im engeren und weiteren Sinne verstanden, das in seinem Dasein die Gruppensituation beeinflußt. Sich dieses bewußt zu machen, heißt, bestehende Abhängigkeiten einerseits anzuerkennen, sie durch die Bewußtheit jedoch auch kritisierbar und veränderbar zu machen.

Was kann nun eine Auseinandersetzung mit dem Begriff des GLOBE für die Beschäftigung mit mathematikdidaktischen Fragestellungen leisten? Zunächst hat man den Eindruck, daß sich hinter dem ganzen „Zoo“ der Rahmenbedingungen von Unterrichtspraxis, wie z. B. der Stundenzahl eines Faches, dem 45 Minutentakt, dem kaputten Kopierer, dem Klinsch mit den Kollegen und Eltern, usw. nicht viel theoretischer Gehalt verbirgt. Auf den zweiten Blick stellt sich dies jedoch anders dar, denn viele dieser Rahmenbedingungen sind Gegenstand von Forschungen in Bereichen der Pädagogik, Psychologie und Soziologie. Als ein die Mathematikdidaktik direkt betreffender, uns sehr wichtiger Aspekt des GLOBE soll hier noch einmal auf das in unserer Gesellschaft vorherrschende Mathematikbild bzw. das Mathematikbild im Mathematikunterricht eingegangen werden, dessen Bedeutung für den Mathematikunterricht schon im letzten Abschnitt herausgestellt wurde. Im Rahmen der Lehrerausbildung ist nach dem bisher Gesagten eine Reflexion des eigenen Mathematikbildes und ein Bewußtsein über die Auswirkungen auf den eigenen Mathematikunterricht unerläßlich. Mit möglichen Auswirkungen auf das fachwissenschaftliche Studium der Lehramtskandidaten werden wir uns im Zusammenhang mit den Störungen beim Lernen und Lehren von Mathematik auseinandersetzen.

Die fachdidaktische Reflexion des Mathematikbildes läßt sich nicht losgelöst von der Diskussion um mathematische Allgemeinbildung beantworten, die sich in folgender Frage zuspitzen läßt: „Was soll wie im Mathematikunterricht gelernt werden und warum?“ Diese Frage nach den Aufgaben mathematischer Allgemeinbildung und damit verbunden nach dem gewünschten Mathematikbild eines mathematisch gebildeten Laien ist nicht rein analytisch, sondern hat notwendigerweise normative Anteile. Sie ist also von bestimmten Zielvorstellungen und allgemeinen Grundsätzen geprägt, denen sie entsprechen soll.

In der TZI sind die allgemeinsten Grundsätze in den folgenden *Axiomen* formuliert:

„1. (*Anthropologisches Axiom*) Der Mensch ist eine psycho-biologische Einheit und ein Teil des Universums. Er ist darum gleicherweise autonom und interdependent. Die Autonomie des einzelnen ist um so größer, je mehr er sich seiner Interdependenz mit allen und allem bewußt wird.
2. (*Ethisches Axiom*) Ehrfurcht gebührt allem Lebendigen und seinem Wachstum. Respekt vor dem Wachstum bedingt bewertende Entscheidungen. Das Humane ist wertvoll; Inhumanes ist wertbedrohend.
3. (*Pragmatisch-politisches Axiom*) Freie Entscheidung geschieht innerhalb bedingender innerer und äußerer Grenzen. Erweiterung dieser Grenzen ist möglich.“

(COHN/FARAU 1993, S. 356f)

Aus diesen Axiomen lassen sich als grundlegende Ziele von Allgemeinbildung gesellschaftliche Mündigkeit und die Fähigkeit zur Mitgestaltung der Gesellschaft ableiten. In bezug auf die Mathematik ist nach dem *anthropologischen Axiom* anzustreben, daß Lernende bzw. mathematisch gebildete Laien einen selbstbewußten und autonomen Standpunkt gegenüber der Mathematik einnehmen lernen. Dabei sollten sie sich der Auswirkungen der Mathematik in unserer Welt und der damit verbundenen Rückkopplung auf menschliches Denken und Handeln bewußt werden. Nur so kann die mit der Anwendung mathematischer Methoden einhergehende Gefahr unmenschlicher Mechanisierung des Denkens erkannt und eingedämmt werden (*ethisches Axiom*).

Es ergibt sich also aus den Axiomen die Forderung, sich im Mathematikunterricht mit der gesellschaftlichen Bedeutung von Mathematik und mit ihren Wertvorstellungen, Zielen und Geltungsansprüchen auseinanderzusetzen. Dafür ist es auch für die Lehrenden unerläßlich, diese zunächst selbst besser zu verstehen.

Mit dieser Frage nach der Bedeutung von Mathematik, ihrer Wirkung und den Möglichkeiten und Grenzen ihrer Anwendbarkeit hat sich Roland FISCHER intensiv auseinandergesetzt, von dem stellvertretend nur einige Arbeiten zitiert seien (FISCHER 1988, FISCHER 1998). Ihm geht es hauptsächlich um eine Situationsbeschreibung: So entfaltet er in FISCHER 1998, daß die Mathematik, die sich durch die Beschäftigung mit sehr abstrakten Gegenständen auszeichnet, es schafft, durch ihre Symbolsprache und durch graphische Visualisierungen dieses Abstrakte zu vergegenständlichen. An der dadurch erst möglich werdenden Umsetzung von Mathematik in Computern wird vielleicht am deutlichsten, daß Mathematik eine neue Realität schafft, die für uns wie die physikalische Realität wahrnehmbar ist. Indem wir einerseits auf diese Realität

vertrauen, mit ihr andererseits aber auch besser umzugehen ist als mit der „schmuddeligen“, nicht-formalen Welt, befähigt uns die Mathematik, unser gesellschaftliches Zusammenleben zu organisieren. Dabei ist das Spezifische dieser Vergegenständlichung durch die Mathematik der Übergang zu formalen Beschreibungen realer Situationen, die über einen „interpretationsfreien Gebrauch von Symbolen“ (KRÄMER 1988, S. 181) bzw. durch die „regelhafte Umgestaltung symbolhafter Darstellungen“ (FISCHER 1998) neue Erkenntnisse auf rein formalem Weg ermöglichen. Dabei ist es notwendig, von Inhaltlichem abzusehen und eine formale Struktur herauszufiltern. Dieser Vergessensprozeß ist wegen seiner Stärke der Automatisierbarkeit von Prozessen einerseits ein großer Nutzen der Mathematik, andererseits liegt hierin die Gefahr, in menschlichen Entscheidungsprozessen zu formalistisch und mechanistisch vorzugehen und der inhaltlichen Auseinandersetzung zu wenig Raum zu geben.
Um mit Mathematik nicht einseitig einer Mechanisierung und Instrumentalisierung des Denkens Vorschub zu leisten, ihre Chancen aber gleichzeitig wahrnehmen zu können, ist ein bewußter Umgang mit Mathematik nötig. Dazu ist es zunächst wichtig, auf allen gesellschaftlichen Ebenen (Schule, Hochschule, Industrie, Alltag, ...) eine Reflexion über die Angemessenheit des Einsatzes einer bestimmten mathematischen Methode im Zusammenhang eines gesellschaftlichen oder persönlichen Entscheidungsprozesses anzuregen und einzuüben. Dies bedeutet für die Lehramtstudierenden auch eine Auseinandersetzung mit den Anwendungen von Mathematik und eine Einschätzung der Tragfähigkeit und Angemessenheit verschiedener mathematischer Beschreibungen für dieselbe Problemsituation.

Doch durch eine solche Reflexion der Angemessenheit mathematischer Verfahren in Kommunikationsprozessen wird offenkundig, daß große Bereiche der Mathematik für die Unterstützung von Kommunikation notwendig defizitär sind: So sind geschlossene mathematische Modelle, in denen auf der Grundlage genügend vieler Voraussetzungen „richtige Lösungen“ berechnet werden können (vgl. FISCHER/MALLE 1985, S. 261), zur Unterstützung von Entscheidungsprozessen oft unangemessen, da die Beteiligten entweder die ermittelten Ergebnisse akzeptieren oder die gesamte Mathematisierung verwerfen müssen. Ein Spielraum für das Aushandeln nicht formalisierbarer Anteile der Entscheidungsgrundlagen bleibt dabei nicht. Fischer und Malle plädieren daher für eine verstärkte Entwicklung und Lehre offener Mathematik, in der zu einer Problemsituation verschiedene Darstellungen entworfen und alternative Lösungsmöglichkeiten angegeben werden. Sie sollen den Menschen in seiner Entscheidungsfindung nur unterstützen, ihm die Entscheidung aber nicht abnehmen. Ein solcher Umgang mit Mathematik setzt insbesondere die Transparenz der eingesetzten mathematischen Methoden voraus.

> „Mit einer stärkeren Betonung ‚offener Mathematik‘ im Unterricht wäre eine Verschiebung der Gewichte in folgendem Sinne verbunden: Derzeit fungieren grundlegende Begriffe und ihre Darstellungsformen in erster Linie als Bestandteile bzw. Voraussetzungen für relativ aufwendige Verfahren oder Theorien- die schließlich bei der Reifeprüfung (oder auch Diplomprüfung) beherrscht werden sollen. [...] Demgegenüber bedeutet offene Mathematik, daß mathematische Begriffe, Darstellungen, Konzepte in erster Linie in Diskussionen, Argumentationen und Erläuterungen gebraucht werden. Weniger Bedeutung hat dabei die Entwicklung komplizierterer Theorien.“ (FISCHER/MALLE 1985, S. 266)

Ein Mathematikunterricht, der sich verstärkt mit offener Mathematik beschäftigt, würde die Argumentationsfähigkeit der Lernenden durch das bewußte und reflektierte Nutzen von Mathematik für gesellschaftliche und persönliche Entscheidungsprozesse fördern und in diesem Sinne einen wichtigen Beitrag zur mathematischen Allgemeinbildung leisten. Angestoßen wird eine solche Öffnung derzeit auch durch den Einsatz grafikfähiger Taschenrechner und Computer im Mathematikunterricht, denn zusammen mit einer anderen Aufgabenkultur (siehe Abschnitt 3.2) bieten diese neuen Medien eine große Chance, den kalkülorientierten Anteil im Mathematikunterricht stärker zurückzudrängen.
Auch innermathematisch spielt die Entwicklung und verstärkte Lehre offener Mathematik eine wichtige Rolle. So können durch die Diskussion verschiedener Begriffe, Konzepte und Verfahren deren Stellenwert in unterschiedlichen mathematischen Theorien besser eingeschätzt werden. Durch diese Vergleiche werden übergeordnete Zusammenhänge klarer, und es wird ein Stück Orientierungslosigkeit beim Lernen von Ma-

thematik abgebaut (vgl. auch den Abschnitt 2.3 zu den Störungen).

Wie sehr dies den Mathematikunterricht verändern könnte, wird vielleicht an der veränderten Diskussions- und Reflexionskultur am deutlichsten: Schülermeinungen sind plötzlich wichtig für die Einschätzung der Güte verschiedener Verfahren für bestimmte Problemsituationen. Es geht nicht mehr ausschließlich um richtig oder falsch; Argumente werden vorgebracht, bewertet und möglicherweise verworfen. Mathematische Begriffe, Verfahren und Darstellungsweisen können kritisiert werden, sie sind nicht mehr objektiv, sondern es geht um ihre Angemessenheit. Diese neue Unterrichtskultur beschreibt Heymann auf folgende Weise:

> „Es ist eine Unterrichtskultur zu entwickeln, in der Raum ist für die subjektiven Sichtweisen der Schüler, für Umwege, alternative Deutungen, Ideenaustausch, spielerischen Umgang mit Mathematik, Fragen nach Sinn und Bedeutung sowie eigenverantwortliches Tun." (HEYMANN 1995, S. 25)

Ein so verändertes Mathematikverständnis hat auch Konsequenzen für die Wissenschaft Mathematik: Sie steht plötzlich auch zur Debatte, indem im Idealfall die gesellschaftliche Forderung an sie gestellt werden kann, alternative Mathematisierungen voranzutreiben sowie neue Begriffe und Darstellungsweisen zu entwickeln. Die für die offene Mathematik wesentliche Transparenz mathematischer Begriffe, Konzepte und Darstellungsweisen macht es nötig, schon vorhandene mathematische Begriffsbildungen an alltägliche Wahrnehmungs-, Denk- und Handlungsmuster anzubinden. Nur so kann Mathematik als „Verstärker des Alltagsdenkens" (HEYMANN 1995, S. 24) verstanden, d. h., eine Verbindung zwischen mathematischer und außermathematischer Denkkultur hergestellt werden.
Eine solche „Restrukturierung" der Mathematik, d. h. die Rückbindung mathematischer Begriffe, Konzepte und Darstellungsweisen an allgemeine Denk- und Handlungsformen, hat die Allgemeine Mathematik (vgl. WILLE 1995) zu ihrem Programm gemacht. Dabei geht es im Kern um die Frage, was die Wissenschaft Mathematik für die Allgemeinheit bedeuten kann und soll. Eine solche Allgemeine Mathematik wird charakterisiert durch

> „• die Einstellung, Mathematik für die Allgemeinheit zu öffnen, sie prinzipiell lernbar und kritisierbar zu machen,
> • die Darstellung mathematischer Entwicklungen in ihren Sinngebungen, Bedeutungen und Bedingungen,
> • die Vermittlung der Mathematik in ihrem lebensweltlichen Zusammenhang über die Fachgrenzen hinaus,
> • die Auseinandersetzung über Ziele, Verfahren, Wertvorstellungen und Geltungsansprüche der Mathematik." (Wille 1995, S.5)

Ein in dem Sinne der Allgemeinen Mathematik verändertes Mathematikverständnis hat auch wieder Rückwirkungen auf den Beitrag von Mathematik zur Allgemeinbildung: In einem von der allgemeinen Mathematik beseelten Mathematikunterricht würde Mathematik in ihrem inneren Beziehungsreichtum und ihren lebensweltlichen Bezügen gelernt. Dadurch würden die Verbindungen zwischen Mathematik und außermathematischer Kultur deutlicher, was den Blick auf den spezifischen Beitrag der mathematischen Sicht auf unsere Welt diskutierbarer machen würde. Im Lernprozeß kann erst hierdurch die „kulturelle Kohärenz" das Wissens gesichert werden und Mathematik zur „Weltorientierung" im Heymannschen Sinne dienen (für die Begriffe vgl. HEYMANN 1995).

Insgesamt umfaßt eine verstärkte Beschäftigung mit der Offenen Mathematik im Unterricht und eine Auseinandersetzung mit der gesellschaftlichen Bedeutung von Mathematik und mit ihren Wertvorstellungen, Zielen und Geltungsansprüchen, wie sie in der Allgemeinen Mathematik gefordert ist, die Kernpunkte der beiden ersten *Axiome*. Die in der Mathematik dazu bereits vorhandenen Spielräume zu nutzen sowie Möglichkeiten zu erkennen, diese Spielräume zu erweitern, etwa indem ein langsamer Wandel des Mathematikbildes im Lernprozeß angestoßen wird, greift das *pragmatisch-politische Axiom* der TZI auf.

Wenn also, zusammenfassend, das Allgemeinbildungskonzept, das vorherrschende Mathematikbild sowie die dahinterstehenden Werte und Normen als GLOBE-Faktoren angesehen werden, dann hat der GLOBE nicht nur auf die materiellen Bedingungen des Mathematikunterrichts einen großen Einfluß, sondern auch auf der inhaltlichen Ebene. Davon ist auch der Umgang mit konkreten Situationen im Mathematikunterricht betroffen, wie etwa mit Störungen.

2.3 Störungen beim Lernen und Lehren von Mathematik

Die existentiellen *Postulate* der TZI werden als „unauswechselbare Spielregeln" verstanden. Ihre Forderungen sprechen aus, wie die *Axiome* im persönlichen Leben und im Gruppenleben zum Ausdruck kommen sollen. Ein zentrales Postulat ist das *Störungspostulat* „Störungen und Betroffenheiten haben Vorrang."
Dieses *Postulat* ist zunächst einmal nicht als Handlungsaufforderung zu verstehen, sondern als Beschreibung einer Tatsache: Ignoriert man Störungen, so behindert dies das Lernen, macht es teilweise sogar unmöglich, weil sie sich im weiteren Lernprozeß nicht einfach wegschieben lassen. Als Bild hierfür mag ein Zitat dienen:

> „Ein Felsblock liegt im Weg des Wanderers. Der Wanderer muß ihn wegräumen oder über ihn hinwegklettern oder ihn umgehen oder er muß zurückgehen und Hilfe holen. Eines kann er nicht, ohne sich zu verletzen: ihn nicht beachten..." (MATZDORF 1993, S.355)

In der TZI werden Störungen nicht als lästige Begleiterscheinungen des Lernprozesses verstanden, sondern es wird anerkannt, daß in ihnen Energien und Potentiale der Lernenden gebunden sind, die es im Lernprozeß freizusetzen gilt. Daß dieses auch für Störungen beim Mathematiklernen eine fruchtbare Haltung sein kann, soll im folgenden an einigen typischen Störungen erläutert werden.

In bezug auf die für die Lehrenden sichtbarste Störung im Lehr- und Lernprozeß, die Schülerfehler, scheint sich eine TZI-gemäße Haltung gegenüber Störungen in der didaktischen Diskussion bereits durchzusetzen. So plädieren etwa Fischer und Malle für einen konstruktiven Umgang mit Schülerfehlern, da die hinter den Fehlern liegenden Fehlvorstellungen bei den Lernenden zumeist nur durch explizites Thematisieren verändert werden können. Die Fehler aufzugreifen und dahinterliegende Fehlvorstellungen zu diskutieren, wird somit als Chance zum Lernen begriffen, die sich ohne das Auftauchen des Fehlers vielleicht gar nicht ergeben hätte (vgl. FISCHER/MALLE 1985, S. 76-84, BARUK 1989, sowie GALLIN/RUF 1991, S. 74ff). Oft werden Fehlvorstellungen durch Verständigungsschwierigkeiten im Mathematikunterricht aufgebaut, die ganz unterschiedliche Ursachen haben können (vgl. WINTER 1995). Auf sie soll im Zusammenhang mit der Kommunikation im Unterricht genauer im dritten Abschnitt eingegangen werden.

Noch stärker als von solchen lokalen Fehlvorstellungen werden die Lernenden von grundsätzlicheren Problemen mit der Mathematik und dem Mathematiklernen blockiert. Diese Art von Störungen machen sich im Mathematikunterricht häufig an Äußerungen von Lernenden fest, wie: „Ich kann einfach nicht logisch denken."; „Das ist einfach zu hoch für mich."; „Ich finde keinen Zugang zur Mathematik."; „Wofür brauche ich das alles?"; „Was hat das mit mir und meinem Leben zu tun?", „Ich will sowieso später nichts mehr mit Mathematik machen."; „Ich weiß nicht, was ich machen soll und wo das alles hingeht."...
In diesen und vielen weiteren Äußerungen drücken sich, neben grundsätzlichen Einstellungsproblemen, drei Hauptstörungen beim Lernen von Mathematik aus: Die *Orientierungslosigkeit* im Lernprozeß*, fehlende Sinnbezüge* und fehlende Verbindung zur Lebenswelt der Lernenden sowie die *Objektivität des Faches*, in dem es nur richtig und falsch gibt und keinen Platz für Individualität und Subjektivität bleibt (zu ähnlichen Schlüssen kommt BAUER 1988, Kap. 4). In einem konstruktiven Umgang auch mit diesen Störungen steckt nach unserer Auffassung ein großes Lernpotential, denn durch eine Auseinandersetzung mit solchen Problemen kann ein Orientierungswissen entwickelt werden, welches das im Unterricht bereitgestellte Fachwissen sinnvoll ergänzen und verdaubar machen kann.
Mit dem Stichwort *Orientierungslosigkeit* wird das Problem angesprochen, daß durch das deduktive Leh-

ren von Mathematik fachinterne Zusammenhänge und Zielsetzungen oft nur unzureichend vermittelt werden können. Zwar ist den Lehrenden die Systematik des Stoffes bewußt, doch verlieren die Lernenden durch die Vielzahl von Lerninhalten und einzelnen Techniken oft den Blick für die eigentlichen Zielsetzungen und Schwerpunkte. Dies wird durch einen kurztaktigen fragend-entwickelnden Unterrichtsstil oft noch verstärkt, in dem die Fragestellungen, auf die der Unterricht abzielt, den Lernenden oft nicht einmal verständlich ausgewiesen werden (vgl. MAIER/VOIGT 1991). Grundanforderung an die Unterrichtsgestaltung muß daher sein, daß den Lernenden stets die Problemstellung des aktuellen Unterrichtsgeschehens und die angestrebten Etappen auf dem Weg zu seiner Lösung transparent sind (vgl. auch HEFENDEHL-HEBEKER 1996).
Dazu müssen, wie Winter betont, die Lerninhalte nicht von der Lehrperson isoliert und in verdaubare Portionen separiert werden, sondern der Beziehungsreichtum der Lerninhalte muß sichtbar gemacht werden, indem „herausfordernde, lebensnahe und nicht so arm strukturierte Situationen“ angeboten werden (WINTER 1989, S. 4), wie dies Winter und andere in der Konzeption des entdeckenden Lernens und dem genetischen Prinzip fordern. Methodisch hat dies das Problem der gemeinsamen Organisation von Lernprozessen zur Folge.
Orientierungslosigkeit hat oft auch etwas mit der scheinbaren Beliebigkeit der Inhalte des Faches zu tun. Um einer solchen Beliebigkeit der Inhalte entgegenzuwirken, ist auf der stofflichen Ebene eine bekannte und vieldiskutierte didaktische Forderung, sich an fundamentalen Ideen zu orientieren und explizit adäquate Grundvorstellungen aufzubauen (einen guten Überblick zu dieser Diskussion geben SCHWEIGER 1992 und VOM HOFE 1995). Dazu gehört unserer Ansicht nach auch das Aufarbeiten des innermathematischen Beziehungsreichtums, etwa durch die Frage nach der Adäquatheit eines Begriffs für eine Theorie, des Stellenwerts eines Satzes innerhalb eines mathematischen Teilgebietes, seiner Anwendbarkeit für andere Teilgebiete, wie es im Zusammenhang mit der Offenen Mathematik bereits diskutiert wurde (siehe Abschnitt 2.2).

Die *fehlenden Sinnbezüge* beim Lernen von Mathematik wurden bereits bei der *Dynamischen Balance* andiskutiert, wo sie sich an der Kante zwischen Ich und Sachinhalt lokalisieren lassen. Daß dieses Phänomen vom realen Mathematikunterricht nicht grundsätzlich aufgebrochen wird, läßt sich dadurch begründen, daß auch die Lehrenden ihre mathematische Bildung häufig als sinnentleert empfunden haben. So ist etwa das Mathematikbild der Lehramtstudierenden häufig von dem Erlebnis geprägt, daß Mathematik mit ihrem Leben, Denken und Handeln eigentlich nichts zu tun hat. Sie ist für viele ein Kalkül, der ihnen (zumindest in seiner schulischen Erscheinungsform) stets Spaß gemacht hat, der aber mit ihrer Lebenswelt weitgehend unverbunden ist.
Auf die Frage nach Sinn und Bedeutung von Mathematik können einige noch Anwendungssituationen für mathematische Verfahren nennen. Diese wichtigen Bezüge werden in der didaktischen Diskussion um Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht schon lange thematisiert und zunehmend auch in der Unterrichtspraxis hergestellt (vgl. dazu etwa DÖRFLER/FISCHER 1976, HERGET/SCHOLZ 1998, Themenheft Mathematiklehren 1988).
Darüber hinaus ist es jedoch wesentlich für einen Mathematikunterricht, der nicht vor der Frage nach Sinn und Bedeutung von Mathematik für die Lebenswelt der Lernenden kapitulieren will, nicht nur mögliche direkte Anwendungsfelder, sondern auch die Analogie von Denkhandlungen, die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Mathematik und Alltagsdenken, bewußt zu machen. Sie müssen im Lernprozeß aktiviert werden, so daß Mathematik als eine Konventionalisierung alltäglicher Denkhandlungen erfahren werden kann. Insbesondere auch den Schülerinnen und Schülern, die heute keinen Zugang zur Mathematik finden, könnte dies ein Anknüpfungspunkt sein. In der Mathematikdidaktik ist dieser Gedanke immer wieder angeklungen, aber selten weiter verfolgt worden (s. etwa SCHWEIGER 1992, WINTER 1972). Auch Heymann greift diesen Aspekt in seiner Diskussion über mathematische Allgemeinbildung auf, insbesondere unter dem Stichwort der Stiftung kultureller Kohärenz:

„Mathematik (jenseits der elementaren und lebensnotwendigen Mathematik) hat im Rahmen der Allgemeinbil-

dung nur ihre Berechtigung, wenn sie nicht nur als Sammlung spezieller Techniken, sondern als eine besondere Art des Denkens und Problemlösens von universeller Wirksamkeit erfahren werden kann." (HEYMANN 1995, S. 21/22)

Lernen kann man bei der Frage nach der Konventionalisierung alltäglicher Denkhandlungen in der Mathematik von Polya, der den Unterschied zwischen der fertigen Mathematik und der Mathematik als Tätigkeit zum Thema nimmt (POLYA 1975) und an vielen Beispielen aus der Mathematik die heuristische Vorgehensweise der Mathematiker in Verbindung zum allgemeinen Denken zu bringen versucht. Auch die lernpsychologische Forschung (s. etwa LOMPSCHER 1972) gibt wichtige Anhaltspunkte für die Entwicklung geistiger Fähigkeiten, die im Rahmen von mathematischen Problemlöseprozessen tragend sind.
Durch eine solche Beschäftigung mit Mathematik als Denkweise spezifischen Charakters würde sich auch langfristig das Bild von Mathematik bei den Lernenden und den Lehrenden verändern. Die Objektivität mathematischer Aussagen würde den ihr angemessenen Platz in einem reicheren Gesamtbild von Mathematik erhalten, die Subjektivität hätte ihren Spielraum in der Förderung und der weiteren Entfaltung der jeweils eigenen Denkhandlungen, Intersubjektivität wäre beim Aushandeln von Zielrichtungen und Begrifflichkeiten einer mathematischen Theorie und ihrer Anwendungen wesentlich mit dabei. So könnte auch ein wesentlicher Beitrag zu dem bereits diskutierten Problem des fehlenden Ich-Bezuges in der objektiven Mathematik geleistet werden.

Störungen können demnach Potential für das Lernen freisetzen, wenn mit ihnen angemessen in Unterricht umgegangen wird. Dazu bedarf es jedoch der Einsicht, daß nicht alle Störungen immer sofort eingehend behandelt werden müssen und daß es nicht darum geht, daß die Lernenden ihre Störungen formulieren, die dann von den Lehrenden behoben werden. Darauf werden wir beim Vorstellen des Leitungskonzeptes der TZI im nächsten Abschnitt zu sprechen kommen.

2.4 Chairperson-Postulat und partizipativer Leitungsstil

Neben dem *Störungspostulat* gibt es im Konzept der TZI das *Chairperson-Postulat* „Sei deine eigene Chairperson!" Es bedeutet nach Ruth Cohn,

„Schülern und Studenten mit der Grundbotschaft der TZI zu begegnen (dem Alter und dem Reifegrad angepaßt): Du bist [...] deine eigene Leitperson. [...] Gebrauche deinen Geist, dein Wissen, deine Urteilskraft, deine Verantwortlichkeit, deine Denkfähigkeit. [...] Niemand kann dir deine Entscheidungen abnehmen. Du bist die wichtigste Person in deiner Welt, so wie ich in meiner." (COHN, zit. nach MATZDORF 1993, S. 354)

Für den Mathematikunterricht bedeutet dies vor allem die Forderung nach eigenverantwortlichem und sich selbst bewußtem Lernen. Den Lehrenden kommt dabei vor allem die Aufgabe zu, ein solches selbstverantwortliches und -bewußtes Lernen durch Gestaltung entsprechender Lernumgebungen zu ermöglichen. Diese Rolle der Leitung eines Gruppenprozesses wird in der TZI durch den Stil der *partizipativen Leitung* beschrieben, bei dem sich die leitende Person selbst als Teilnehmer fühlt, also authentisch partizipiert, aber auch leitend eingreift, wo immer es notwendig ist.
Eine ähnliche Beschreibung der Lehrerrolle und Betonung des eigenverantwortlichen Lernens findet sich in vielen neueren mathematikdidaktischen Ansätzen, insbesondere den konstruktivistischen oder denen des entdeckenden Lernens. So schreibt etwa Heinrich Winter:

„[...] daß ein Lehrer, der entdecken lassenden Unterricht anstrebt, sich selbst notwendig auch als Lernender erkennt, vorzugsweise als Lernender auf dem Gebiet des Lehrens und Lernens." (WINTER 1989, S. 1)

Überzeugend formuliert ist die mit einer veränderten Lehrerhaltung verbundene Veränderung auch der Schülerhaltung etwa bei Gallin und Ruf:

„Fasst sich der Lehrer nicht mehr als Drehscheibe aller Lernvorgänge auf, braucht ihn die Individualität seiner Schüler nicht mehr zu belasten. Die Schwerpunkte des Unterrichts verlagern sich. Weil der Lehrer unmöglich jedem einzelnen gerecht werden kann, müssen die Schüler das Lernen zu ihrer eigenen Sache machen. Sie übernehmen Verantwortung. Ihre individuellen Aktivitäten gewinnen einen hohen Stellenwert. Der Lehrer hört zu, beobachtet und versucht zu verstehen. Wenn man akzeptiert, dass jeder Mensch auf seinen eigenen, nicht vorhersehbaren Wegen lernt, wird der Dialog zwischen prinzipiell gleichberechtigten Partnern zur Basis des

Unterrichts.“ (GALLIN/RUF 1991, S. 20)

Verstehen sich die Lehrenden stärker als Begleiter eines eigenverantwortlichen Lernprozesses, so geben sie einerseits Verantwortung ab, übernehmen jedoch andererseits die wichtige Aufgabe, die Bedingungen für den Lernprozeß möglichst günstig zu gestalten und einen Raum zu schaffen, der die Lernenden entlastet. Sie sind als Wächter der *Dynamischen Balance* verstärkt dafür zuständig, die Strukturen auf den Zeitpunkt, das Thema und die Gruppe abzustimmen: Welche Arbeitsformen und Zeiteinteilungen sind günstig? Welche Strukturen bieten Sicherheit, welche setzen Dynamik frei?

„Wenn Strukturen situations- und menschengerecht sind, erhöhen sich Vertrauen und die Qualität der Prozesse eher, als wenn der Ansatz ein Versuch ist, die Prozesse positiv zu beeinflussen, während die Strukturen unverändert ungünstig sind.“ (COHN, zit. nach MATZDORF 1993, S. 384)

3. Mathematik lehren mit TZI

Nachdem wir in den beiden vorangegangenen Abschnitten die Themenzentrierte Interaktion vorgestellt haben und sie zur Einordnung von Forschungsfragen und –ergebnissen der Mathematikdidaktik verwendet haben, möchten wir in diesem Abschnitt anhand einiger Anregungen zur Unterrichtsgestaltung mit TZI andeuten, wie die TZI nicht nur für die Theorie des Unterrichts, sondern insbesondere auch für die Praxis nutzbar gemacht werden kann.

3.1 TZI als Hilfe bei der Unterrichtsplanung

Wird im Unterrichtsverlauf eine *Dynamische Balance* zwischen ICH, WIR, ES und GLOBE angestrebt, so muß dies schon bei der Unterrichtsvorbereitung berücksichtigt werden. Dazu ist es nötig, aus dem Stoff der Stunde ein Thema zu entwickeln, in dem nicht nur der Sachinhalt im Vordergrund steht:

„Im Thema sollen nicht nur der Stoff, sondern auch die GLOBE-Bezüge, die ICH-Bezüge und die WIR-Bezüge eines Lernvorgangs enthalten sein [...] Die TZI zielt darauf, die GLOBE-, ICH-, ES- und WIR-Aspekte in ein solches Verhältnis zu setzen, daß Erleben, Eigenaktivität und Gruppenaktivitäten angeregt werden.“ (REISER/LOTZ 1995, S. 130f)

Die wichtige Funktion einer sorgfältigen Themenformulierung hat Ruth Cohn immer wieder hervorgehoben und erläutert:

„Im TZI-System bedeutet »Thema« das formulierte Anliegen. In einer Gruppe ist es der zentrierte, meist verbal formulierte Fokus der Aufmerksamkeit. [...] Ein adäquat formuliertes und eingeführtes Thema unterstützt die Gruppenbildung und das gemeinsame Arbeiten. Das Thema übernimmt einen Teil der Leitungsfunktion, denn es hilft dem Einzelnen wie der Gruppe, die Sache, um die es geht, im Auge zu behalten.“ (COHN/FARAU 1995, S. 364f)

Um diese Funktion erfüllen zu können, muß ein Thema so formuliert sein, daß es sowohl individuelle Zugänge als auch gemeinsame Auseinandersetzung ermöglicht, äußere Einflußfaktoren berücksichtigt und dem zu lernenden Unterrichtsinhalt wirklich gerecht wird. Dazu muß der Sachinhalt in der Unterrichtsvorbereitung explizit in ein Thema transformiert werden.

Dieser Prozeß der aktiven Transformation eines Sachinhaltes in ein tragendes Thema gestaltet sich in der Mathematik nicht immer ganz einfach, denn oft erscheinen mathematische Stoffgebiete auch den Lehrenden als unpersönlich und sich nicht selbst tragend. In der Einleitung von GALLIN/RUF 1991 wird überzeugend dargestellt, wie eine veränderte Grundhaltung der Lehrenden, die auch den Lernenden und dem Stoff etwas zutraut, bei der Vorbereitung und Gestaltung von Unterricht helfen kann. So können die dort aufgeführten Aspekte zur Planung einer Einführungslektion bei der Umwandlung des Stoffes in ein Thema helfen:

„ • Was fasziniert mich persönlich an diesem Stoffgebiet?
• Was ist der Witz der Sache?
• Ich muß den Schülern eine einfache Idee vom ganzen Stoffgebiet vor Augen stellen.
• Ich will den Schülern zeigen, wie der Stoff für mich gut und bekömmlich geworden ist."

(GALLIN/RUF 1991, S. 19)

Diese können sicherlich nur Hilfen sein, denn die Lebenswelt der Lernenden sowie ihre Zugänge und Interessen an einem Stoffgebiet decken sich ja meist nicht mit denen der Lehrenden. Doch wichtig ist uns hieran die Authentizität der Lehrperson, die ihre persönlichen Bezüge zu dem Stoff in die Entwicklung eines Themas einbringt.

Zur Illustration für die Transformation des Stoffes zum Thema sei noch ein Beispiel genannt: Um persönliche Bezüge der Lernenden zum mathematischen Stoff zu ermöglichen, die Kreativität anzuregen und vielfältiges Material für verschiedenartige Zugänge zu sammeln, kann man etwa zu dem Sachinhalt „Flächeninhaltsberechnung" ebener Figuren das Thema „Wie groß ist mein Traumhaus?" formulieren, bei dem die Lernenden den Grundriß ihres Traumhauses selbst entwerfen, gestalten und daran dann die Schwierigkeiten der Flächenberechnung an den unterschiedlichen Teilfiguren erleben und diskutieren sollen. Der Aufbau der Lerneinheit geht nicht mehr systematisch von den einfachsten Flächen zu den komplizierteren, sondern Ausgangspunkt sind komplexe Flächen, die geeignet zerlegt und dann schrittweise berechnet werden müssen. Das Thema ermöglichst so eine Orientierung auf das ganze Problemfeld, und nicht nur auf Teilschrittchen (siehe Abschnitt 2.3).

Selbst bei einer sorgfältigen Themenformulierung können im Unterrichtsverlauf Störungen auftreten, die sich auch auf das Thema beziehen. Das *Störungspostulat* ernst zu nehmen heißt daher, bereits in der Vorbereitung des Unterrichts über mögliche Störungen nachzudenken, Alternativen zu entwickeln und somit eine Teilnahme am Unterricht nicht nur auf der kognitiven sondern auch auf anderen Fähigkeitsebenen zu ermöglichen.

In dem letzten Punkt wird bereits angesprochen, daß neben der kognitiven Ebene beim Unterrichten auch andere Bereiche eine große Rolle spielen, etwa affektive und psychomotorische Faktoren. Dies drückt sich z. B. in Lernzieltaxonomien aus, wie sie etwa von Bloom formuliert wurden (BLOOM 1972). Für eine solche ganzheitlichere Wahrnehmung und Förderung der Lernenden ist es schon für den Einstieg in den Unterricht zentral, sie mit ihren persönlichen Einstellungen und Empfindungen ernst zu nehmen. Einstellungen und Empfindungen im Unterricht Raum zu geben und sie in das weitere Unterrichtsgeschehen einzubeziehen, ist schon daher wichtig, weil die individuellen Empfindungen das Lernen der Einzelnen und auch der Gruppe stark mit bestimmen. (Das kann natürlich nicht bedeuten, sie immer und jederzeit in der gesamten Klasse zu thematisieren, oft reicht es, wenn die Einzelnen Zeit haben, sich kurz mit sich selbst zu beschäftigen).

Unterrichtseinstiege, die solchen Empfindungen Raum geben, müssen bei der Planung sorgfältig durchdacht und vorbereitet werden. In der TZI werden dazu vielfältige Anregungen gegeben, wie z. B. Meditationen, Bewegungsspiele und entspanntes Schweigen, die sich oft auch mit einem mathematischen Inhalt verbinden lassen und ihn auf einer persönlicheren Ebene vorbereiten und aufschließen helfen. In unserem Seminar gab es beispielsweise eine Phantasiereise zum Thema „Körper und Mitte", in der ein Würfel zunächst in Gedanken bewegt wurde und dann in die eigene Körpermitte gewandert ist. Daran anschließend war das Thema der Unterrichtsstunde „Die Mitte im Dreieck". Dabei wurden verschiedene Begriffe von Mitte von den Lernenden entwickelt und im weiteren Verlauf gemeinsam gegeneinander abgewogen.

Die affektiven und psychomotorischen Elemente über solcherart Einstiege hinaus im Mathematikunterricht anzusprechen, ist nicht immer einfach. Lernen kann die Mathematikdidaktik sicherlich von den seit Jahrzehnten praktizierten Ansätzen der Waldorfpädagogik (etwa BARAVALLE 1957, ULIN 1987), die diese Aufgabe stets sehr ernst genommen haben. Auch in vielen Bestrebungen zur Handlungsorientierung sowie Konzepten zu projektorientiertem Unterricht lassen sich entsprechende Komponenten finden (vgl. etwa GUDJONS 1986).

3.2 TZI im konkreten Unterrichtsverlauf

Der in der Grundkonzeption der TZI mit ihren *Axiomen, Postulaten* und *Interaktionsmethoden* formulierte Anspruch an den Unterricht läßt sich nur in einer veränderten Unterrichtskultur verwirklichen. Wie diese für den Mathematikunterricht aussehen könnte, hat Hans Werner Heymann folgendermaßen zusammengefaßt:

> „Der Begriff der mathematisch-allgemeinbildenden Unterrichtskultur steht stattdessen für eine Öffnung des Mathematikunterrichts: für weniger Normierung in den zugelassenen Handlungen und Sprechweisen, für ein Heraustreten aus allzu engen Vorstellungen von Mathematik, für ein bewußtes Zulassen von mehr Subjektivität bei Lernenden und Lehrenden, für eine größere Vielfalt unterschiedlicher individueller Zugänge zur Mathematik, für mehr Freiräume zum eigenen Erkunden, für einen konstruktiveren Umgang mit Fehlern, für ein intensiveres Einlassen auf das, was andere denken, für mehr Sensibilität gegenüber individuellen Denkakten und den damit verbundenen Gefühlen einzelner Schüler – kurz: für mehr Lebendigkeit.“ (HEYMANN 1996, S. 263)

Eine solche Unterrichtskultur hängt jedoch nicht alleine von der Haltung der Lehrperson ab, sondern sie muß sich in einem Lernprozeß aller am Unterricht Beteiligten etablieren. Als Hilfestellung für den Umgang im Unterricht bietet die TZI einige Hilfsregeln an, die nicht als Reglementierungen verstanden werden sollen, sondern als eine mögliche Unterstützung bei der konkreten Unterrichtspraxis.

> „Hilfsregeln sind Hilfsregeln, wenn sie helfen. [...] Reglementierungen engen ein – Regelungen können die einzelnen und die Lerngruppe unterstützen und weitertragen.“ (TERFURTH 1993, S. 49f)

So wird etwa das *Chairperson-Postulat* für den konkreten Unterrichtsverlauf in der folgenden *Hilfsregel* aufgegriffen, indem jeder für sich entscheidet, was er wie und wann im Unterricht sagen will:

> „Sei dein eigener Chairman und bestimme, wann du reden oder schweigen willst und was du sagst.“
> (COHN 1981, S. 115)

Die Lerngruppe kann nur von authentischen Äußerungen ihrer Teilnehmer in ihrem Lernprozeß profitieren. Nur in der persönlichen Auseinandersetzung der Lernenden mit dem Thema kann Bildung stattfinden. Deshalb ist es wichtig, eine Unterrichtskultur bereitzustellen, in der die Äußerungen einer Person ernst genommen werden. Eine *Hilfsregel* der TZI, die diesen Anspruch formuliert, die jedoch für den Mathematikunterricht zunächst etwas abwegig erscheint, ist die folgende:

> „Sprich nicht per »man« oder »wir«, sondern per »ich«. (Ich kann nie wirklich für einen anderen sprechen. Das »man« oder »wir« in der persönlichen Rede ist fast immer ein Sich-Verstecken vor der individuellen Verantwortung.)“ (COHN 1981, S. 115)

Im Mathematikunterricht wird selten in der persönlichen Rede gesprochen, meist nur dann, wenn es um das Anmelden von Störungen geht („Ich verstehe das nicht.“). Durch ein „Ich habe das so gerechnet.“ oder „Meine Lösung sieht so aus.“ kann man im Kleinen an dieser *Hilfsregel* etwas lernen: Solche Äußerungen bieten für die Lerngruppe mehr Spielräume zum Argumentieren, zum Äußern einer eigenen Meinung und zum Diskutieren von Denkansätzen und Lösungsmöglichkeiten als ein unpersönliches „Man rechnet das so.“, das keinen Widerspruch duldet oder ihn zumindest nicht herausfordert. Dies erfordert jedoch eine andere Aufgabenkultur, in der verschiedene Lösungsmöglichkeiten überhaupt zugelassen sind, in der aber auch, wie bereits im Zusammenhang mit der offenen Mathematik angesprochen, mehr Gewicht auf Wertung der Angemessenheit mathematischer Verfahren in bestimmten Problemsituationen gelegt wird. In der Mathematikdidaktik wird derzeit unter Berücksichtigung der Ergebnisse der TIMS-Studie verstärkt diskutiert, offene bzw. sich öffnende Aufgaben (vgl. SCHUPP 1998, S. 9) in den Unterricht mit einzubinden, um Motivation zu bewirken, Kreativität zu fördern und Sinn zu erzeugen. Dazu gehört insbesondere, die Lernenden zum Stellen eigener mathematischer Fragen anzuregen, wodurch die Mathematik als lebendiger Prozeß im Unterricht erlebbar wird. Ein in diesem Sinne angereicherter Mathematikunterricht könnte wesentlich zur „Stärkung des Schüler-Ichs“ (vgl. HEYMANN 1996, S. 166 f.) beitragen.

Ein offener und lebendiger Umgang mit Mathematik erfordert von Lehrenden und Lernenden gleichermaßen die Bereitschaft und die Fähigkeit, sich im Unterricht zuzuhören und angemessen auf die Äußerungen ihres

Gegenübers regieren zu können. Wie schwierig dies ist und welche Ebenen dabei eine Rolle spielen, hat Martin WINTER (1995) unter Einbeziehung kommunikationstheoretischer Ansätze ausgeführt (s. SCHULZ VON THUN 1981). Störungen treten in der Kommunikation vor allem dann auf, wenn eine Äußerung rein auf der inhaltlichen Ebene wahrgenommen und bearbeitet wird und auf unterschwellige Forderungen an die Kommunikationspartner dabei nur implizit oder gar nicht reagiert wird. Die verschiedenen Ebenen der Kommunikation auch im Mathematikunterricht transparent und damit präsent zu machen, gehört sicherlich zum Entwickeln einer Unterrichtskultur, wie sie Heymann fordert, hinzu. Allerdings ist dafür, wie Winter betont, auch eine Qualifikation auf seiten der Lehrenden erforderlich, die nicht nur in der Theorie sondern vor allem in kommunikationspraktischen Übungen erworben werden müßte.
Neben der sensiblen Grundeinstellung gegenüber den Lernenden ist auch fachlich eine größere Beweglichkeit notwendig, wenn man auf die Lernenden auch inhaltlich intensiv eingehen können will. Lisa Hefendehl-Hebeker hat die dafür notwendigen Qualifikationen sehr überzeugend als „didaktisch sensibles Mathematikverständnis“ und „fachliche Tiefenschärfe“ beschrieben (vgl. HEFENDEHL-HEBEKER 1995 und 1998). Wie bereits in Abschnitt 2.1 erwähnt, kann eine Sensibilisierung durch Eindenken in die Fragestellungen und Methoden der interpretativen Unterrichtsanalyse sehr gefördert werden (vgl. etwa VOIGT 1991). Fachliche Tiefenschärfe kann nur durch eine sorgfältige fachmathematische Ausbildung entwickelt werden, die einübt in

> „eine variantenreiche, mehrperspektivische Unterrichtsvorbereitung, die über Ketten aufeinander aufbauender Fragen hinausgeht, die Mehrdeutigkeiten zuläßt und den argumentativen Widerstreit zwischen verschiedenen Sichtweisen nicht vermeidet und die schließlich die Selbstreflexion der Lernenden stützt, indem sie nicht nur Wissen konstituiert, sondern auch die Wissensentwicklung selbst zum Gegenstand des Unterrichts macht.“ (Hefendehl-Hebeker 1995, S. 86)

Neben der fachlichen Tiefenschärfe und der verbalen Ebene von Kommunikation ist auch das Nonverbale im Unterrichtsgeschehen zu beachten, in dem sich viele Einstellungen und Befindlichkeiten der am Lernprozeß Beteiligten ausdrücken:

> „Beobachte Signale aus deiner Körpersphäre und beachte Signale dieser Art bei den anderen Teilnehmern. (Diese Regel ist ein Gegengewicht gegen die kulturell bedingte Vernachlässigung unserer Körper- und Gefühlswahrnehmung)“ (COHN 1981, S. 115)

An dieser Hilfsregel wird schön das Streben der TZI nach einer ganzheitlichen Wahrnehmung von Unterrichtssituationen und den darin beteiligten Personen deutlich. Diese Ganzheitlichkeit kann, wie bereits bei der Unterrichtsplanung ausgeführt wurde, schon für den Einstieg in das Thema oder in die Unterrichtsstunde tragend sein. Doch auch im weiteren Unterrichtsverlauf hat eine solche Ganzheitlichkeit auch inhaltliche Konsequenzen. So ist etwa der Gedanke, Empfindungen, Einstellungen und mathematisches Wissen miteinander zu verbinden, in einem kleinschrittig angelegten Unterricht, der häufig thematisch sehr eng gehalten wird, kaum umsetzbar.

3.3 Reflexion von Unterricht mit TZI

Nicht nur für die Einordnung der didaktischen Forschung, sondern auch für die Reflexion von Unterricht kann die TZI als Gesamtkonzept fruchtbar gemacht werden. So kann auf jeder von ihr thematisierten Ebene der Unterricht rückschauend betrachtet werden und damit eine Zwischenbilanz im Prozeß des Unterrichtens gezogen werden.
Dies halten wir für wichtig, weil „TZI-gemäßes Unterrichten“ als Prozeß gesehen wird, in dem Lehrende und Lernende ständig dazulernen. Eine Unterrichtskultur, wie sie oben beschrieben ist, kann nicht von heute auf morgen eingeführt werden, sondern muß sich Schritt für Schritt entwickeln, was nur durch Reflexion des Erlebten möglich ist.
Zur Entwicklung der Unterrichtskultur gehört auf der Interaktionsebene, daß der Leitungsstil der Lehrperson zu einer *partizipativen Leitung* ausgebaut wird, was derzeit im Mathematikunterricht nicht unbedingt üblich ist. Hier muß also langsam von seiten der Lehrperson Verantwortung auf die Lernenden übertragen

werden, die diese aber auch als Selbstverantwortung für ihren Lernprozeß annehmen müssen – erst dadurch werden sie zur Chairperson. In diesem Prozeß treten notwendig Störungen auf, denn die Schülererwartungen an die Lehrenden decken sich im allgemeinen nicht mit dem Prinzip der *partizipativen Leitung*. Sie können nur durch die Reflexion des Unterrichts lokalisiert und im weiteren Unterrichtsverlauf offengelegt und bearbeitet werden.
Ein sensibles Einschätzen der Erwartungen von Schülerinnen und Schülern an den Unterricht und ihrer Haltungen im Unterricht ermöglicht der Lehrperson in der Rückschau auf den Unterricht, auf dieser Grundlage Hilfestellungen für die Lernenden zu erarbeiten, die ihrem Entwicklungsstand und ihrer Stellung innerhalb der Gruppe gerecht werden. Hier setzt die Unterrichtsreflexion ein Entwicklungspotential für die Lernenden und damit auch mehr Bewegungsspielraum für die Lehrperson frei. Die Lehrperson nimmt also gewissermaßen einen Beobachterstatus ein, nicht nur für die Leistungen sondern auch für die Interaktionen der Schülerinnen und Schüler.

Auch in bezug auf die *Dynamische Balance* kann die Reflexion des Unterrichts wieder neue Impulse für den weiteren Unterrichtsverlauf geben. Dazu gehört etwa, die Ausgewogenheit zwischen ICH, WIR und ES immer neu zu bewerten und gegebenenfalls Korrekturen vorzunehmen und Themen neu im Unterricht zu entwickeln. Darüber hinaus halten wir es für lohnend und derzeit leider nicht üblich, über GLOBE-Faktoren nachzudenken, die den Unterricht positiv wie negativ beeinflussen. Hier bieten sich, auch im Kleinen, viele weitere Ansatzpunkte für Veränderungen, die Lernen lebendiger machen (vgl. TERFURTH 1993, S. 19)

4. Fazit

Insgesamt hat sich die TZI aus unserer Sicht als Perspektive auf die Mathematikdidaktik sehr bewährt. Sie hilft nicht nur, die Vielzahl von didaktischen Fragestellungen in eine Ordnung zu bringen, sondern ermöglicht auch den Didaktik-Lernenden einen praxisorientierten Einstieg zu sehr grundsätzlichen Fragen. Wie sich dies in Fachdidaktik-Seminaren fruchtbar machen läßt, haben wir an anderer Stelle beschrieben (LENGNINK/HEGER/ PREDIGER 1998).
Die hier andiskutierten Themen und die aufgeführte Literatur bieten natürlich jeweils nur einen kleinen, stark an unserer didaktischen Schwerpunktsetzung orientierten Ausschnitt dessen, was behandelbar wäre. Sie als Lesende sind herzlich aufgefordert, dies aus Ihrer Sicht neu zu gewichten und zu ergänzen.
Allen, die Lust bekommen haben, TZI für ihre eigene Unterrichtsgestaltung zu nutzen, empfehlen wir das Buch COHN/TERFURTH 1993, das in vielen praktischen Beispielen deutlich hervorhebt, daß es nicht um eine perfekte Unterrichtskultur geht, sondern in überzeugender Weise Mut macht, mit einzelnen Schritten im Kleinen etwas zu verändern. Die Themenzentrierte Interaktion stellt damit bezogen auf die Mathematikdidaktik einen Beitrag dar, der weit davon entfernt ist, lediglich praxisferne Idealzustände für den Mathematikunterricht zu beschreiben. Sie kann vielmehr als ein Denkmuster dienen, die vielen mathematikdidaktischen Forschungsergebnisse zu bündeln und aus ihnen handlungsrelevante Ansatzpunkte für die Veränderung von Mathematikunterricht zu erarbeiten.

Literatur

Baravalle, Hermann von: Geometrie als Sprache der Formen, Stuttgart 1957.

Baruk, Stella: Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik, Basel 1989.

Bauer, Ludwig: Mathematik und Subjekt: eine Studie über pädagogisch-didaktische Grundkategorien und Lernprozesse im Unterricht, Wiesbaden 1988.

Bauer, Ludwig: Objektive mathematische Stoffstruktur und Subjektivität des Mathematiklernens, in: Steiner, H.-G. / Vollrath, H.-J. (Hrsg.): Neue problem- und praxisbezogene Forschungsansätze, IDM 20,

Köln 1995, S. 9-16.

Biehler, Rolf / Heymann, Hans Werner / Winkelmann, Bernhard (Hrsg.): Mathematik allgemeinbildend unterrichten: Impulse für Lehrerbildung und Schule, IDM 21, Köln 1995.

Bloom, B. S. (Hrsg.): Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich, Beltz, Weinheim / Basel 1972.

Cohn, Ruth C.: Von der Psychoanalyse zur Themenzentrierten Interaktion: Von der Behandlung einzelner zu einer Pädagogik für alle, Stuttgart [5]1981.

Cohn, Ruth C. / Terfurth, Christina (Hrsg.): TZI macht Schule. Lebendiges Lehren und Lernen, Stuttgart 1993.

Cohn, Ruth C. / Farau, Alfred: Gelebte Geschichte der Psychotherapie: zwei Perspektiven, Stuttgart 1995.

Dörfler, Willibald / Fischer, Roland (Hrsg.): Anwendungsorientierte Mathematik in der Sekundarstufe II, Klagenfurt 1976.

Ernest, Paul: Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics, State University of New York Press, New York 1998.

Fischer, Roland: Mittel und System. Zur sozialen Relevanz der Mathematik, in: ZDM 1988 (1), S. 20 - 28.

Fischer, Roland: Technologie, Mathematik und Bewußtsein der Gesellschaft, in: Kadunz, Gerd / Ossimitz, Günter / Peschek, Werner / Schneider, Edith / Winkelmann, Bernard (Hrsg.): Mathematische Bildung und neue Technologien, Stuttgart / Leipzig 1998, S. 85-101.

Fischer, Roland / Malle, Günther: Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln, Mannheim / Wien 1985.

Freudenthal, Hans: Mathematik als pädagogische Aufgabe, Band I, Stuttgart 1973.

Gallin, Peter / Ruf, Urs: Sprache und Mathematik, Zürich 1991.

Grigutsch, Stefan / Raatz, Ulrich / Törner, Günter: Mathematische Weltbilder bei Lehrern, Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik, Universität Duisburg 1995.

Gudjons, Herbert: Handlungsorientiert lehren und lernen: Projektunterricht und Schüleraktivität, Bad Heilbrunn 1986.

Hefendehl-Hebeker, Lisa: Geistige Ermutigung im Mathematikunterricht, in: Biehler / Heymann / Winkelmann 1995, S. 83-91.

Hefendehl-Hebeker, Lisa: Aspekte des Erklärens von Mathematik, in: Mathematica Didactica, 1996, 19(1), S. 23-38.

Hefendehl-Hebeker, Lisa: Aspekte eines didaktisch sensiblen Mathematikverständnisses, in: Mathematische Semesterberichte, 1998, 45(2), S. 189 – 206.

Herget, Wilfried / Scholz, Dietmar: Die etwas andere Aufgabe - aus der Zeitung. Mathematik-Aufgaben Sek I., Seelze 1998.

Hersh, Reuben: What is Mathematics, really? London 1997.

Heymann, Hans Werner: Thesen zur Mathematiklehrerbildung aus der Perspektive eines Allgemeinbildungskonzeptes, in: Biehler / Heymann / Winkelmann 1995, S. 16-28.

Heymann, Hans Werner: Allgemeinbildung und Mathematik, Weinheim und Basel 1996.

Krämer, Sybille: Symbolische Maschinen. Die Idee der Formalisierung im geschichtlichen Abriß, Darmstadt 1988.

Lengnink, Katja / Heger, Michael / Prediger, Susanne: TZI macht Schule in der Hochschule, in: Das Hochschulwesen, 1998 (3), S. 157-163.

Lompscher, Joachim / et al.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Entwicklung geistiger Fähigkeiten, Volk und Wissen, Berlin 1972.

Mathematiklehren: Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht. Heft 29, 1988.

Maier, Hermann / Voigt, Jörg (Hrsg.): Interpretative Unterrichtsforschung, IDM 17, Köln 1991.

Matzdorf, Paul: Das „TZI-Haus“. Zur praxisnahen Grundlegung eines pädagogischen Handlungssystems,

in: Cohn / Terfurth 1993, S. 332-387.

Polya, Georg: Mathematik und plausibles Schließen, Band 1 und 2, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart ^{2}1975.

Portele, Gerhard / Heger, Michael (Hrsg.): Hochschule und Lebendiges Lernen. Beispiele für Themenzentrierte Interaktion, Weinheim 1995.

Reiser, Helmut / Lotz, Walter: Themenzentrierte Interaktion als Pädagogik, Mainz 1995.

Schulz von Thun, Friedemann: Miteinander reden, Band 1, Reinbek, 1981.

Schupp, Hans (et al.): Forschungsprojekt Aufgabenvariation als Heurismus. Universität des Saarlandes, 1998.

Schweiger, Fritz: Fundamentale Ideen. Eine geistesgeschichtliche Studie zur Mathematikdidaktik, in: JMD 1992 (13), S. 199-214.

Steinbring, Heinz: Mathematikdidaktik: Die Erforschung theoretischen Wissens in sozialen Kontexten des Lernens und Lehrens, in: ZDM 1998 (5), S. 161-167.

Terfurth, Christina: Einblicke in Klassenzimmer, in : Cohn / Terfurth 1993, S. 18-59.

Ulin, Bengt: Der Lösung auf der Spur. Ziele und Methoden des Mathematikunterrichts. Erfahrungen aus der Waldorfpädagogik, Stuttgart 1987.

Voigt, Jörg: Merkmale der interpretativen Unterrichtsforschung zum Fach Mathematik, in: Steiner, H.-G. / Vollrath, H.-J. (Hrsg.): Neue problem- und praxisbezogene Forschungsansätze, IDM 20, Köln 1995, S. 153-160.

Voigt, Jörg: Interaktionsanalysen in der Lehrerbildung, in: ZDM 1991, 23 (5), S. 161-168.

vom Hofe, Rudolf: Grundvorstellungen mathematischer Inhalte, Heidelberg 1995.

Watzlawick, Paul (Hrsg.): Die erfundene Wirklichkeit. Wie wissen wir, was wir zu wissen glauben? Beiträge zum Konstruktivismus, München ^{3}1985.

Wille, Rudolf: Allgemeine Mathematik als Bildungskonzept für die Schule, in: Biehler / Heymann / Winkelmann 1995, S. 41 - 55.

Winter, Heinrich: Vorstellungen zur Entwicklung von Curricula für den Mathematikunterricht in der Gesamtschule, in: KMNRW (Hrsg.): Beiträge zum Lernzielproblem, Heft 16, Henn Verlag, Ratingen 1972.

Winter, Heinrich: Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik, Vieweg, Braunschweig 1989.

Winter, Martin: Zuhören können - auch im Mathematikunterricht, in: Biehler / Heymann / Winkelmann 1995, S. 104 - 111.