



Twisty Puzzles:

Trillionen Möglichkeiten, nur eine Lösung



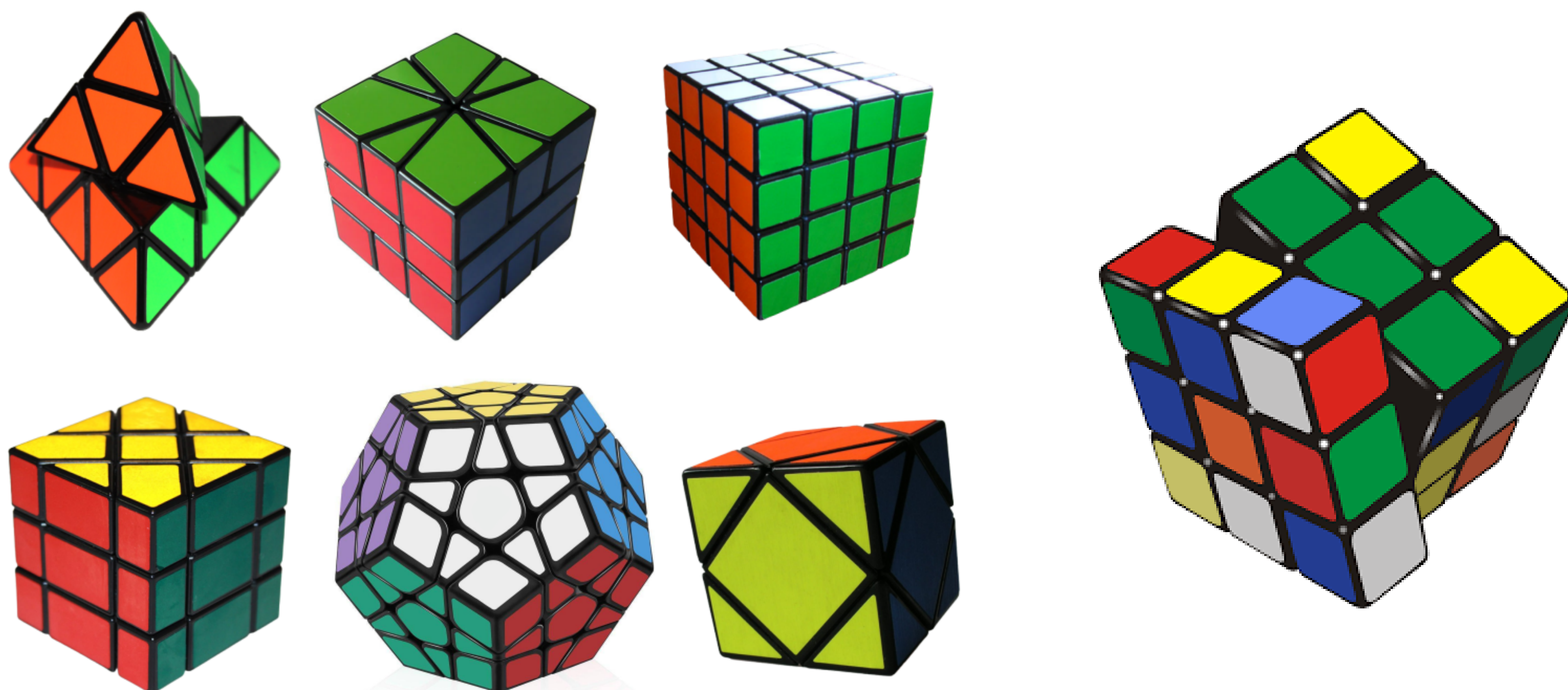
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Lange Nacht der Mathematik 2025

Twisty puzzles

Twisty puzzles, auch als Drehpuzzles bekannt, bestehen aus mehreren beweglichen Einzelteilen. Das Ziel dieser Geduldsspiele ist, durch eine geeignete Abfolge von Drehungen einen bestimmten Zielzustand zu erreichen.

Das bekannteste Twisty puzzle ist der *Rubik's Cube*, auch Zauberwürfel genannt, der 1974 von Ernő Rubik, einem ungarischen Künstler und Architekturprofessor, erfunden wurde.



Die Mathematik des Zauberwürfels

Die *Rubik's Cube-Gruppe* ist ein mathematisches Objekt $(G, \cdot)$, das die Struktur des Zauberwürfels repräsentiert. Jedes Element der Gruppe entspricht einer Stellung des Würfels, die aus einer Kombination von Drehungen der einzelnen Seiten entsteht. Insgesamt gibt es

43,252,003,274,489,856,000

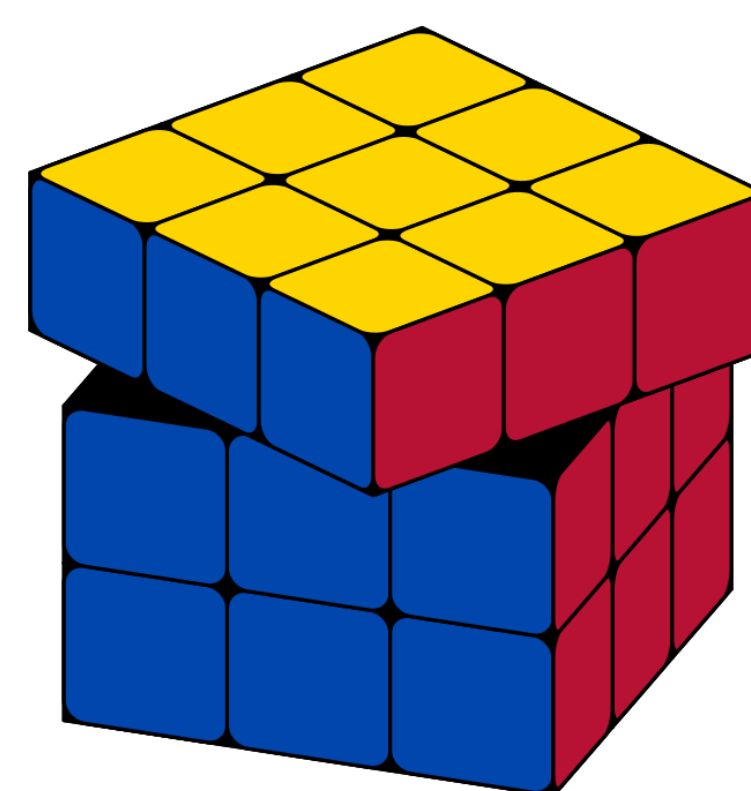
solche Stellungen des Würfels.

Den Zauberwürfel lösen

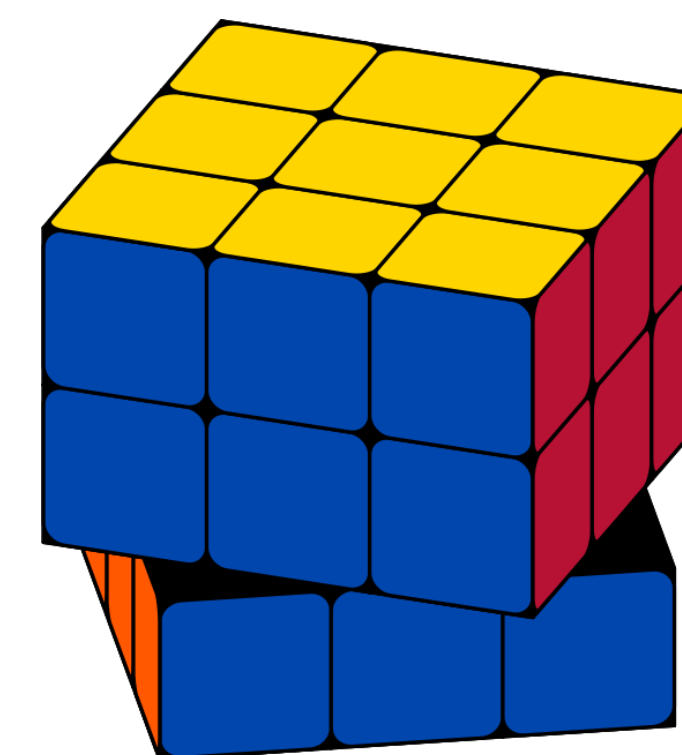
Ein bekannter Lösungsalgorithmus für den Zauberwürfel stammt von Thistlethwaite. Dabei werden die möglichen Positionen des Würfels in vier Klassen unterteilt, die dann mit wenigen verschiedenen Drehungen gelöst werden:

Kombinationen von $\{L, R, F, B, U, D\} \rightarrow$
Kombinationen von $\{L, R, F, B, U^2, D^2\} \rightarrow$
Kombinationen von $\{L, R, F^2, B^2, U^2, D^2\} \rightarrow$
Kombinationen von $\{L^2, R^2, F^2, B^2, U^2, D^2\} \rightarrow$ gelöster Zustand

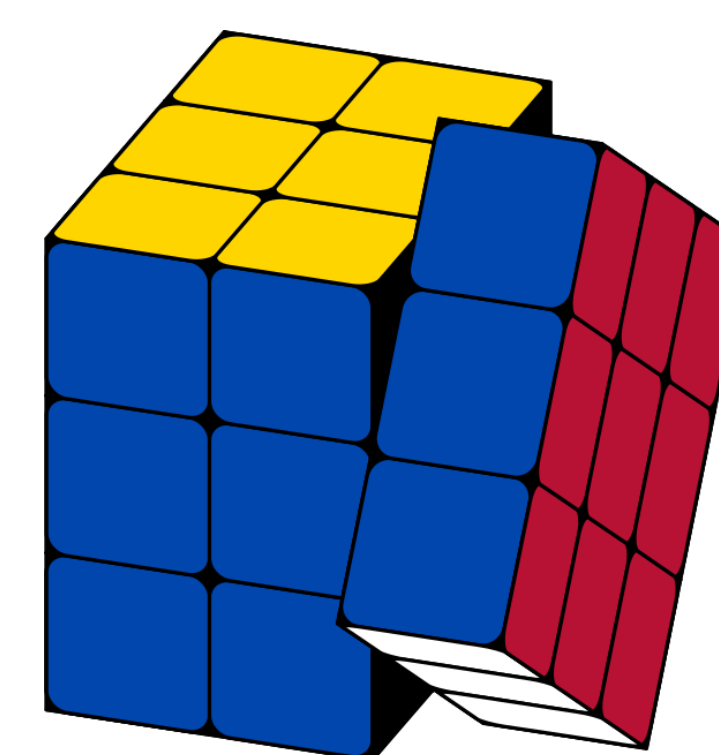
Die möglichen Drehungen des Rubik's Cube



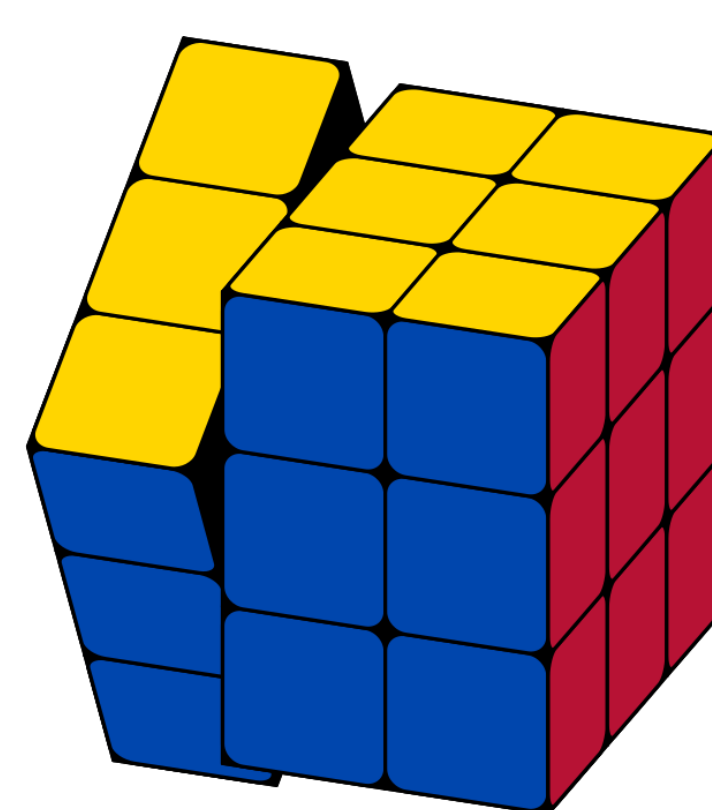
U



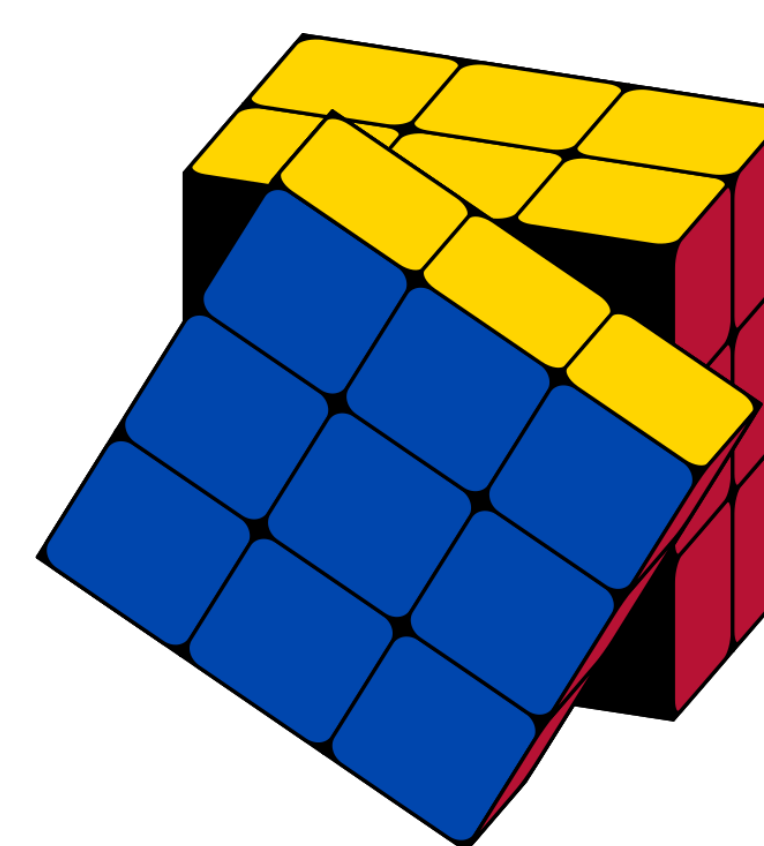
D



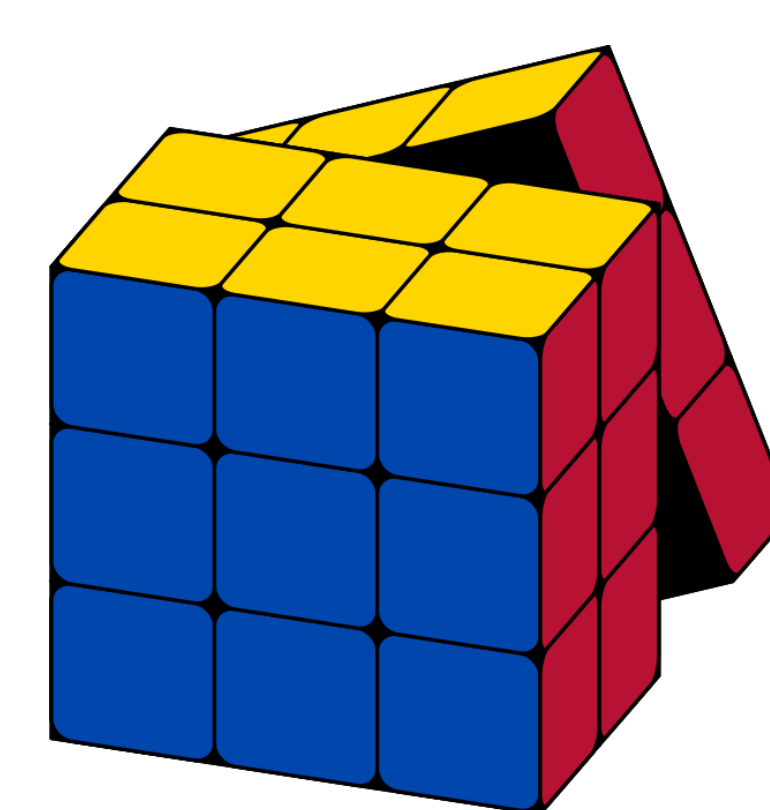
R



L



F



B

God's number

Als „**God's number**“ wird die maximale Anzahl der Züge bezeichnet, die man benötigt, um den Würfel von einer beliebigen Position zu lösen. Im Jahr 2010 bewiesen Davidson, Dethridge, Rokicki und Kociemba mit Hilfe des Computers folgendes Resultat:

God's number = 20.

Der Beweis verwendet eine Verbesserung von Thistlethwaites Algorithmus durch den Darmstädter Gymnasiallehrer Herbert Kociemba von 1992. Statt vier benötigt diese nur noch zwei Klassen („two-phase algorithm“). Auch wenn dies die Anzahl der nötigen Berechnungen reduzierte, wurden dennoch 35 CPU-Jahre Rechenleistung für den Beweis benötigt. Für komplexere twisty puzzles ist God's Number weiterhin unbekannt.

Kombinationen von $\{U, D, L, R, F, B\}$



Kombinationen von $\{U, D, L^2, R^2, F^2, B^2\}$



gelöster Zustand

