

Geometrische Reihe mit $\frac{1}{10}$

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{100000} + \dots \\ = & \frac{1}{10^0} + \frac{1}{10^1} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^5} + \dots \end{aligned}$$

$$1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \dots = 1, \overline{1}$$

Die geometrische Reihe mit $\frac{1}{10}$ hat den Wert $\frac{10}{9} = 1, \overline{1}$. Mit jedem Summanden kommt in diesem Fall eine 1 als weitere Nachkommastelle hinzu. Es ist etwa $1 + \frac{1}{10} = \frac{11}{10} = 1,1$ oder $1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} = \frac{111}{100} = 1,11$ und so weiter. Wenn wir unendlich summieren, erhalten wir den Wert $\frac{10}{9} = 1, \overline{1}$.

Zur weiteren Veranschaulichung betrachten wir folgende Anekdote: Der Athlet Achilles tritt in einem Wettlauf gegen eine Schildkröte an. Beide starten zum selben Zeitpunkt, aber die Schildkröte erhält zu Beginn einen Vorsprung von 1 km. Wir nehmen an, dass Achilles mit der zehnfachen Geschwindigkeit der Schildkröte läuft. Trotz der deutlich höheren Geschwindigkeit kann er die Schildkröte scheinbar nicht einholen, denn sobald Achilles 1 km gelaufen ist, hat die Schildkröte eine Strecke von $\frac{1}{10}$ km zurückgelegt. Bis Achilles die Strecke von $\frac{1}{10}$ km gelaufen ist, hat sich die Schildkröte weitere $\frac{1}{10^2}$ km bewegt. Der Punkt x , an dem Achilles die Schildkröte einholen wird, ist dann durch die unendliche Summe $x = 1 \text{ km} + \frac{1}{10} \text{ km} + \frac{1}{10^2} \text{ km} + \dots = 1, \overline{1} \text{ km}$ gegeben.