# UNENDLICHKEIT IM GROSSEN UND IM KLEINEN

MARTIN OTTO

Die Idee unendlich großer und unendlich kleiner Größen fasziniert seit Jahrtausenden, nicht nur in mathematischer Hinsicht. Eine mathematisch fundierte Theorie unendlicher Größen wurde von Georg Cantor (1845–1918; besuchte in Darmstadt die Schule) gegeben; die von ihm begründete axiomatische Mengenlehre analysiert unterschiedliche Grade von Unendlichkeit im Größenvergleich von Mengen. Mit unendlich kleinen Größen – 'Infinitesimalien' – arbeiteten Isaac Newton (1642–1727) und Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) in ihrer Entwicklung der Analysis. Die intuitive Verwendung von Infinitesimalien wurde erst in den 1960er Jahren durch Abraham Robinson (1918–1974) in der sogenannten Nichtstandardanalysis mit logischen Methoden voll gerechtfertigt. Nach wie vor ist auch die Ergründung von Fragen und Methoden, die sich mit Unendlichkeiten beschäftigen, Forschungsgegenstand der Mathematik.

Wir wollen uns einerseits mit den Cantorschen Graden von Unendlichkeit befassen, mit Kardinalzahlen, Ordinalzahlen, $\ldots$; auch mit kombinatorischen Fragen im Unendlichen wie in diesem Gedankenexperiment:

> Teilnehmer $1, 2, 3, \ldots$ an einem Quiz bekommen je eine eigene ja/nein-Frage; sie kennen vorab nicht die Fragen, aber sie wissen, dass jeder die richtige Antwort auf die Fragen aller anderen kennen wird, nicht aber auf die eigene. Könnten sich die Teilnehmer vorab so absprechen, dass insgesamt nur endlich viele falsche Antworten gegeben werden? (Dann gewinnen sie nämlich gemeinsam einen hoffentlich unendlichen Preis.)

Andererseits wollen wir mit der Nichtstandardanalysis einen mathematischen Blick ins unendlich Kleine werfen – eine Perspektive, die die üblichen Grenzprozesse der Differential- und Integralrechnung überraschend einfach aussehen lassen kann.