

ARAKELOV-THEORIE
FORSCHUNGSSEMINAR DARMSTADT-FRANKFURT
WINTERSEMESTER 2012/2013

1. THEMEN UND TERMINE

Das Seminar findet jede zweite Woche Donnerstags von 15-18 Uhr, abwechselnd in Darmstadt und Frankfurt, statt.

Literatur:

- Die Struktur und die Inhalte orientieren sich an dem Skript von Ulf Kühn [Küh12b].
Außerdem gibt es ein ausführliches Skript von Uwe Janssen [Jan]. Beide Skripten können auf der Homepage des Seminars heruntergeladen werden (Passwort erforderlich):
<http://www3.mathematik.tu-darmstadt.de/index.php?id=2240>
- Grundlagen der algebraischen Geometrie, Riemannsche Flächen: Hartshorne [Har77], Miranda [Mir95], Griffiths and Harris [GH78].
- Algebraische Zahlentheorie: Neukirch [Neu99]
- Arithmetische Geometrie/Arakelov-Theorie: [Sou92], [Lan88], [HS00], [CS86], [Ful98] [Ara75], [Ara74] (Wegen schlechter Verfügbarkeit stehen Scans auf der Homepage passwortgeschützt zum Download zur Verfügung)
- Siehe auch die Literaturliste in U. Kühns Skript.
- Auch interessant ist ein Skript von B. Herzog:
<http://www.math.uni-leipzig.de/~herzog/Manuskripte/Arakelov04/Arakelov04.ps>

25.10., Frankfurt.

1. *Einführung und Motivation.*

2. *Arithmetische Kurven I.*

- Algebraische Kurven, Geradenbündel, Satz von Riemann-Roch
- $\text{Spec } \mathcal{O}_K$
- Arithmetische Chow-Gruppe $\widehat{\text{CH}}^1(\mathcal{O}_K)$
- Gradabbildung
- Minkowski-Raum
- Greenobjekte

Literatur:

[Küh12b, Kap. 1-2], [Küh12a, Kap 8-10],
[Jan, Kap. II (S. 51-72)], [Sil09, Kap 2], [Neu99].

8.11., Darmstadt.3. *Arithmetische Kurven II: algebraische Zahlentheorie.*

- Vollständige Idealklassengruppe
- Arithmetischer Riemann-Roch für vollst. Ideale
- Endlichkeit der Klassenzahl
- Satz von Hermite-Minkowski
- Dirichletscher Einheitensatz
- ggf. arithmetischer Grothendieck-Riemann-Roch

Literatur: [Küh12b, Kap. 1-2], [Küh12a, Kap 11-12]. [Jan, Kap. II (S. 73-78)], [Neu99].

4. *Grundlagen: Algebraische Geometrie.*

- Algebraische Varietäten
- Schemata, Faserprodukt
- Weil-Divisoren, Cartier-Divisoren
- Chow-Gruppen
- Adjunktionsformel, Satz von Riemann-Roch für Flächen

Literatur: [Har77, Kap V], [Liu02, Kap. 7], [Ful98, Kap. 2]

22.11., Frankfurt.5. *Schnitttheorie auf arithmetischen Flächen.*

- Arithmetische Flächen, reguläre Modelle projektiver Kurven
- Divisoren auf arithm. Flächen, (algebraische) Schnittpaarung

Literatur: [Har77, Kap II], [Liu02, Kap. 9-10], [Küh12b, Kap. 2-3], [Sil94, Kap. III.7, IV]

6. *Greenfunktionen auf Riemannschen Flächen.*

Literatur: [Küh12b, 4]

6.12., Darmstadt.7. *Arithmetische Chowgruppen und arithmetische Schnittpaarung.*

Literatur: [Küh12b, 5]

8. *Metrisierte und hermitesche Geradenbündel.*

Literatur: [Küh12b, 6], [Sou92]

17.01.2013, Frankfurt.9. *Höhen und arithmetische Schnittzahlen I.*

Literatur: [Küh12b, 7], [HS00], [BG06], [CS86, Kap. 6,14]

10. *Höhen und arithmetische Schnittzahlen II.*

Literatur: [Küh12b, 7], [HS00], [BG06], [CS86, Kap. 6,14]

31.01., Darmstadt.

11. *Arithmetischer Riemann-Roch für arithmetische Flächen I.*

Literatur: [Küh12b, 8]

 12. *Arithmetischer Riemann-Roch für arithmetische Flächen II.*

Literatur: [Küh12b, 8]

LITERATUR

- [Ara74] S. J. Arakelov, *Intersection theory of divisors on an arithmetic surface*, Mathematics of the USSR-Izvestiya **8** (1974), no. 6, 1167.
- [Ara75] S. J. Arakelov, *Theory of intersections on the arithmetic surface*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Vancouver, B.C., 1974), Vol. 1, Canad. Math. Congress, Montreal, Que., 1975, pp. 405–408. MR 0466150 (57 #6031)
- [BG06] Enrico Bombieri and Walter Gubler, *Heights in Diophantine geometry*, New Mathematical Monographs, vol. 4, Cambridge University Press, Cambridge, 2006. MR 2216774 (2007a:11092)
- [CS86] Gary Cornell and Joseph H. Silverman (eds.), *Arithmetic geometry*, Springer-Verlag, New York, 1986, Papers from the conference held at the University of Connecticut, Storrs, Connecticut, July 30–August 10, 1984. MR 861969 (89b:14029)
- [Ful98] William Fulton, *Intersection theory*, second ed., Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. 3. Folge. A Series of Modern Surveys in Mathematics [Results in Mathematics and Related Areas. 3rd Series. A Series of Modern Surveys in Mathematics], vol. 2, Springer-Verlag, Berlin, 1998. MR 1644323 (99d:14003)
- [GH78] Phillip Griffiths and Joseph Harris, *Principles of algebraic geometry*, Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], New York, 1978, Pure and Applied Mathematics. MR 507725 (80b:14001)
- [Har77] Robin Hartshorne, *Algebraic geometry*, Springer-Verlag, New York, 1977, Graduate Texts in Mathematics, No. 52. MR 0463157 (57 #3116)
- [HS00] Marc Hindry and Joseph H. Silverman, *Diophantine geometry*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 201, Springer-Verlag, New York, 2000, An introduction. MR 1745599 (2001e:11058)
- [Jan] Uwe Jansen, *Arakelov-Theorie*, Skript.
- [Küh12a] Ulf Kühn, *Arithmetische Geometrie I*, 2012, Skript.
- [Küh12b] ———, *Einführung in die Arakelov-Theorie*, 2012, Skript.
- [Lan88] Serge Lang, *Introduction to Arakelov theory*, Springer-Verlag, New York, 1988. MR 969124 (89m:11059)
- [Liu02] Qing Liu, *Algebraic geometry and arithmetic curves*, Oxford Graduate Texts in Mathematics, vol. 6, Oxford University Press, Oxford, 2002, Translated from the French by Reinie Ern e, Oxford Science Publications. MR 1917232 (2003g:14001)
- [Mir95] Rick Miranda, *Algebraic curves and Riemann surfaces*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 5, American Mathematical Society, Providence, RI, 1995. MR 1326604 (96f:14029)
- [Neu99] J rgen Neukirch, *Algebraic number theory*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. 322, Springer-Verlag, Berlin, 1999, Translated from the 1992 German original and with a note by Norbert Schappacher, With a foreword by G. Harder. MR 1697859 (2000m:11104)

- [Sil94] Joseph H. Silverman, *Advanced topics in the arithmetic of elliptic curves*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 151, Springer-Verlag, New York, 1994. MR 1312368 (96b:11074)
- [Sil09] ———, *The arithmetic of elliptic curves*, second ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 106, Springer, Dordrecht, 2009. MR 2514094 (2010i:11005)
- [Sou92] C. Soulé, *Lectures on Arakelov geometry*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 33, Cambridge University Press, Cambridge, 1992, With the collaboration of D. Abramovich, J.-F. Burnol and J. Kramer. MR 1208731 (94e:14031)