

Forschungsseminar Darmstadt - Frankfurt
im Sommersemester 2012

Selbergs 3/16 Theorem

1) **Donnerstag, 26.4.2012, 15-18 Uhr, Darmstadt, S215/401**

15.00 - 16.00 Uhr: *Harmonische Analysis auf der hyperbolischen Ebene*

Hyperbolische Geometrie, Matrizenzerlegungen, Definition des Laplace-Operators, Eigenfunktionen, Fourierentwicklung von Funktionen auf \mathbb{H} , Invariante Integral Operatoren, Harish-Chandra-Transformation, Green-Funktion auf \mathbb{H} (Übersichtsvortrag).

Literatur: [Iwa], Kapitel 1

Ergänzend z.B: [Bea], Kapitel 7, [Kat], Kapitel 1

16.00 Uhr - 16.30 Uhr: *Pause*

16.30 Uhr - 17.30 Uhr: *Fuchssche Gruppen und Kloostermann-Summen*

Fuchssche Gruppen, Doppelnebenklassenzerlegung, Kloostermann-Summen, elementare Abschätzungen (Übersichtsvortrag).

Literatur: [Iwa], Kapitel 2

Ergänzend z.B: [Iwa2], Kapitel 4, [Kat], Kapitel 2-3

2) **Donnerstag, 10.5.2012, 15-18 Uhr, Frankfurt, Robert-Mayer-Str. 6-8, Raum 308**

15.00 - 16.00 Uhr: *Automorphe Formen*

Automorphe Formen, Fourier-Entwicklungen von automorphen Formen, Eisensteinreihen, Spitzenformen.

Literatur: [Iwa], Kapitel 3

Ergänzend z.B: [Bum], Kapitel 1.9

16.00 Uhr - 16.30 Uhr: *Pause*

16.30 Uhr - 17.30 Uhr: *Spektralsatz - diskreter Teil*

Selbstadjungiertheit des Laplace-Operators, Invariante Integral Operatoren, Hauptteil, Spektralsatz für Spitzenformen (Theorem 4.7).

Literatur: [Iwa], Kapitel 4

Ergänzend z.B: [IK], Kapitel 15

3) **Donnerstag, 24.5.2012, 15-18 Uhr, Darmstadt, S215/401**

15.00 - 16.00 Uhr: *Automorphe Green-Funktionen*

Green-Funktion auf $\Gamma \backslash \mathbb{H}$, Fourier-Entwicklung der Green-Funktion (Theorem 5.3), Kloostermann-Summen Zeta-Funktion, Abschätzung der Green-Funktion (Lemma 5.4)

Literatur: [Iwa], Kapitel 5

16.00 Uhr - 16.30 Uhr: *Pause*

16.30 Uhr - 17.30 Uhr: *Analytische Fortsetzung von Eisensteinreihen*

Fredholm-Gleichung für Eisensteinreihen, Analytische Fortsetzung, Streuungsmatrix, Funktionalgleichungen für Eisensteinreihen und Streuungsmatrix (Theorem 6.5, Theorem 6.6), Pole und Residuen von Eisensteinreihen, Maaß-Selberg Relation.

Literatur: [Iwa], Kapitel 6

4) **Donnerstag, 14.6.2012, 15-18 Uhr, Frankfurt, Robert-Mayer-Str. 6-8, Raum 308**

15.00 - 16.00 Uhr: *Spektralsatz - stetiger Teil*

Eisenstein-Transformierte, Eisenstein-Raum, Orthogonalität, Besselsche Ungleichung, Abschätzung für das Spektrum (Proposition 7.2), Spektralsatz für Eisensteinreihen (Theorem 7.3), Spektral-Entwicklung von automorphen Kernen.

Literatur: [Iwa], Kapitel 7

Ergänzend z.B: [IK], Kapitel 15

16.00 Uhr - 16.30 Uhr: *Pause*

16.30 Uhr - 17.30 Uhr: *Fourier-Koeffizienten von Maaß-Formen*

Ranking-Selberg L-Funktion, Schranken für Linearformen, Mittelwert-Abschätzungen, Konkrete Rechnungen für Kongruenzuntergruppen, Hecke-Operatoren, Alt- und Neuformen.

Literatur: [Iwa], Kapitel 8

Ergänzend z.B: [Iwa2], Kapitel 6, [Lan], Teil III

5) **Donnerstag, 28.6.2012, 15-18 Uhr, Darmstadt, S215/401**

15.00 - 16.00 Uhr: *Spektral-Theorie für Kloostermann-Summen*

Analytische Fortsetzung der Kloostermann-Summen Zeta-Funktion insbesondere Theorem 9.2., Bruggeman-Kuznetsov Formel und ihre Konsequenzen, *optional*: Petersssons Formeln, Poincare Reihen.

Literatur: [Iwa], Kapitel 9.1-9.4, *optional* Kapitel 9.5

Ergänzend z.B: [IK], Kapitel 16

16.00 Uhr - 16.30 Uhr: *Pause*

16.30 Uhr - 17.30 Uhr: *Selbergsche Spurformel*

Spur eines Operators im kompakten und nicht-kompakten Fall, Berechnung der Spur-Formel, Selbergs Spur-Formel (Theorem 10.2), Anwendungen auf die Selbergsche Zeta-Funktion, *optional:* Längen geschlossener Geodätischer.

Literatur: [Iwa], Kapitel 10.1-10.8, *optional:* Kapitel 10.9

Ergänzend z.B: [Hej1], Kapitel 1, [Hej2], Kapitel 1

6) **Donnerstag, 12.7.2012, 15-18 Uhr, Frankfurt, Robert-Mayer-Str. 6-8, Raum 308**

15.00 - 16.00 Uhr: *Selbergs 3/16 Theorem*

Weyl's Gesetz (Corollary 11.2), Zusammenhang mit Riemannscher Zeta-Funktion, Residuales Spektrum und Streuungsmatrix, kleine Eigenwerte, Selbergsche Vermutung, Selbergs 3/16 Theorem (Theorem 11.6), *optional* Dichte-Satz für $\Gamma_0(q)$ (Theorem 11.7).

Literatur: [Iwa], Kapitel 11.1-11.3, *optional:* Kapitel 11.4

Ergänzend z.B: [Hej1], Kapitel 2.2, [Sel]

16.00 Uhr - 16.30 Uhr: *Pause*

16.30 Uhr - 17.30 Uhr:

Dieser Vortrag dient entweder als Zeitpuffer, falls einer der Vorträge länger dauert als erwartet, oder dazu noch einen Ausblicksvortrag auf aktuelle Entwicklungen zu ermöglichen.

Als Hauptliteratur dienen wahlweise die beiden (annähernd) identischen Auflagen:

[Iwa] Iwaniec, H., "Introduction to the Spectral Theory of Automorphic Forms", Revista Matematica Iberoamericana (1995).

[Iwa] Iwaniec, H., "Spectral Methods of Automorphic Forms", Graduate Studies in Mathematics v. 53, American Mathematical Society (2002).

Literatur, die zur Einarbeitung in das Vortragsthema ergänzend empfohlen werden kann, umfasst beispielsweise:

[Bea] Beardon, A.F., "The Geometry of Discrete Groups", Springer (1983).

[Bum] Bump, D., "Automorphic Forms and Representations", Cambridge University Press (1998).

[Hej1] Hejhal, D., "The Selberg trace formula for $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ ", Vol. I, Lecture Notes in Mathematics 548, Springer (1976).

[Hej2] Hejhal, D., "The Selberg trace formula for $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ ", Vol. 2, Lecture Notes in Mathematics 1001, Springer (1983).

- [Iwa2] Iwaniec, H., “Topics in Classical Automorphic Forms”, Graduate Studies in Mathematics v. 17, American Mathematical Society (1997).
- [IK] Iwaniec, H., Kowalski, E., “Analytic Number Theory”, Colloquium Publications 17, American Mathematical Society (2004).
- [Kat] Katok, S., “Fuchsian groups”, University of Chicago Press (1992).
- [Lan] Lang, S., “Introduction to Modular Forms”, Springer (1976).
- [Sel] Selberg, A., “On the estimation of Fourier coefficients of modular forms”, Proc. Symp. Pure Math. VII, Amer. Math. Soc, 1-15 (1965).